This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06633476 8

MICROFILMED

DATE 8-18-86

Anfangsgründe
der
reinen Mechanik,
die
zugleich die Anfangsgründe
der
reinen Naturwissenschaft sind;

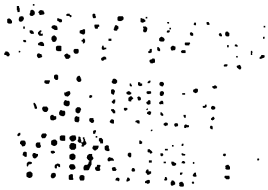
von

Johann Schultz,
Königl. Hofprediger und ordentl. Professor der Mathematik.

STOR LIBRARY
NEW-YORK

Mit zwey Kupfertafeln.

Königsberg,
bey Friedrich Nicolovius.
1804.



Vorrede.

Man nennt eine Wiſſenſchaft eine reine, wenn ſie auf lauter Principien a priori beruht. Bedarf ſie hingegen zugleich empiriſcher Principien; ſo heißt ſie eine angewandte. Die Mechanik oder Bewegungslehre gehört gleichfals zu den Wiſſenſchaften, die ſich in reine und angewandte eintheilen laſſen. Der Begriff der Bewegung enthält nichts als die reinen Begriffe von Raum und Zeit, und den daraus zuſammengeſetzten Begriff der Geſchwindigkeit. Nun iſt zwar das Bewegliche ſelbſt, oder die Materie ein Gegenſtand, den wir bloß aus der Erfahrung kennen, und der Begriff der Bewegung gehört daher eigentlich nicht in die reine, ſondern lediglich in die angewandte Geometrie. Allein da Raum und Zeit als bloße ſubjective Formen deſſen, was in ihnen iſt, ſchon den Begriff von einem Etwas in ihnen überhaupt, das wir Materie nennen, und deſſen Oerter nicht, wie die Oerter des Raums, als unveränderlich, ſondern als wechſelnd gedacht werden können, in ſich ſchließen; ſo kann man den Begriff einer Materie überhaupt, ſo fern man ſie bloß als Etwas, das

seinen Ort im Raum verändern kann, d. i. bloß als etwas Bewegliches betrachtet, ohne weiter auf irgend etwas, was uns die Erfahrung von ihr lehrt, Rücksicht zu nehmen, völlig als einen reinen behandeln.

Derjenige Theil der Mechanik, welcher die Materie bloß als etwas Bewegliches behandelt, ohne auf irgend eine andere Qualität oder Kraft derselben zu sehen, heißt die Phoronomie. Derjenige Theil hingegen, der auf die Kräfte derselben Rücksicht nimmt, heißt die Dynamik. Also gehört die Phoronomie unstreitig zur reinen Mechanik, und muß daher in jedem System der Mechanik als Grundlage vorangehen. Was aber die Dynamik betrift, so kommt es darauf an, ob die Kräfte der Materie bloß aus der Erfahrung erkennbar sind, oder ob sich a priori aus ihrem bloßen Begriffe beweisen läßt, daß der Materie als Materie gewisse Kräfte ursprünglich beywohnen müssen. Im erstern Fall würde die Dynamik nicht mehr zur reinen, sondern schon zur angewandten Mechanik gehören, und da man vor 1786 von keinen andern Kräften der Materie wußte, als die man aus der Erfahrung herleitete; so war die Phoronomie der einzige Theil der Mechanik, der auf den Namen der reinen Mechanik mit Recht Anspruch machen konnte. Nachdem aber im erwähnten Jahre Kant in seinen metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissen-

a priori bewiesen hatte, daß die Materie als
e nothwendig zwey ursprüngliche Kräfte, näm-
usdehnungs- und Anziehungskraft besitzen
so gehört seitdem die Dynamik, so fern sie
loß auf diese beyden ursprünglichen Kräfte ein-
ft, gleichfals zur reinen Mechanik, und da
us diesen, wie ich im zweyten Theile gezeigt
auch alle Grundgesetze der Bewegung,
an im strengsten Sinne die Mechanik nennt,
ichen die Regeln zur Beurtheilung der Wahr-
mung der Bewegung, die man mit dem Namen
Phänomenologie belegt, herleiten lassen; so
ält die reine Mechanik nunmehr folgende vier
eile: die Phoronomie, Dynamik, eigent-
e Mechanik und Phänomenologie.

Hiedurch ist nunmehr das Gebiet der reinen
chanik so sehr erweitert worden, daß schon derje-
Theil derselben, der bloß die Elementarkenntnisse
reinen Mathematik voraussetzt, von nicht ganz
inem Umfange ist, derjenige aber, der durch An-
ndung der Differential- und Integralrechnung auf
m Wege der höhern Analysis möglich ist, gar keine
Grenzen kennt. Ich hoffe daher durch gegenwärtige
Anfangsgründe, welche die ganze reine Elementarme-
chanik im Zusammenhange enthalten, dem Anfänger
einen nicht unangenehmen Dienst zu leisten, um so
mehr, da in den Lehrbüchern der mechanischen Wis-

senschaften diejenige, die unter dem Namen der Mechanik aufgeführt wird, gewöhnlich nichts weiter als eigentliche Statik ist, die bloß die Lehre vom Gleichgewicht der festen Körper enthält, von ihrer Bewegung aber nur beyläufig einige Bruchstücke mehrentheils aus der höhern Mechanik entlehnt beybringt. Um dem System der reinen Elementarmechanik die gehörige Vollständigkeit zu geben, habe ich daher nicht nur das ganze Fundament der physischen Astronomie, sondern auch die Theorie von der Oscillation der Pendeln, die man sonst nur durch die feinsten Kunstgriffe der höhern Analysis entwickelt, sehr kurz und leicht nach synthetischer Methode festgestellt.

Indessen interessiren gegenwärtige Anfangsgründe der reinen Mechanik nicht bloß den Mathematiker, sondern eben so sehr zugleich den Philosophen und vornehmlich den Naturforscher. Denn wenn man auf die Art sieht, wie sie bearbeitet worden; so wird man ohne Mühe erkennen, daß sie die Anfangsgründe der ganzen reinen Naturwissenschaft enthalten. Unter der Natur versteht man den Inbegriff aller existirenden sinnlichen Gegenstände, oder die ganze Sinnenwelt. Die Lehre von den Gegenständen unsers äußern Sinns heißt die Körperlehre, die von den Objecten unsers innern Sinnes die Seelenlehre. Also begreift die Naturlehre in weiterer Bedeutung nicht nur die Körperlehre,

ſondern auch die Seelenlehre in ſich. Im engern Sinne aber verſteht man unter Naturlehre oder Phyſik bloß die Körperlehre. Soll nun dieſe nicht ein bloßes Syſtem empiriſcher Naturgeſetze, mithin nicht bloße empiriſche Naturlehre, ſondern wahre Naturwiſſenſchaft ſeyn; ſo muß ſie nicht bloße aus der Erfahrung geſchöpfte Naturgeſetze, die nie ſtrenge Nothwendigkeit und Allgemeinheit mit ſich führen, ſondern zugleich Principien a priori, d. i. ſolche enthalten, die unabhängig von aller Erfahrung dieſer vorhergehen, und ſie erſt möglich machen. Objective Principien a priori aus bloßen Begriffen heißen metaphyſiſche, ſolche hingegen, die nur durch Conſtruction der Begriffe, d. i. durch Darſtellung ihres Gegenſtandes in einer reinen Anſchauung möglich ſind, mathematiſche. Nun hat es die Naturwiſſenſchaft mit Geſetzen zu thun, die zum Daſeyn der äußern Gegenſtände gehören, das Daſeyn aber läßt ſich bloß in einer empiriſchen, nicht aber in einer reinen Anſchauung darſtellen, folglich läßt ſich der Begriff des Daſeyns nicht conſtruiren, mithin ſetzt die Naturwiſſenſchaft zuerſt Principien aus bloßen Begriffen, d. i. metaphyſiſche Principien voraus. Ferner aber nennen wir die äußern Gegenſtände Materie und verſtehen unter dieſer bloß das Bewegliche im Raum, folglich hat die Naturwiſſenſchaft es eigentlich mit den nothwendigen

Gesetzen der Bewegung zu thun, und ist also im Grunde nichts anders, als die auf Principien a priori gegründete Mechanik. Der Begriff der Bewegung aber läßt sich völlig construiren, und ist daher mathematisch, mithin erfordert die Naturwissenschaft nicht nur metaphysische, sondern auch mathematische Principien, und es ist hieraus von selbst klar, daß in der Physik, als einer Lehre von bestimmten existirenden Naturobjekten, nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden kann, als darinn Mathematik anzutreffen ist, indem sich die Möglichkeit bestimmter Naturdinge gar nicht aus bloßen Begriffen, also nicht metaphysisch erkennen läßt, sondern wenn sie a priori erkannt werden soll, dieses bloß durch Construction ihrer Begriffe, also mathematisch geschehen muß. Also gehört zur Naturwissenschaft erstlich die Metaphysik der Natur, und zweytens die auf dieser gegründete Mechanik. Nun kann die Naturwissenschaft entweder auf lauter Principien a priori beruhen, oder zugleich empirische Principien enthalten. Im erstern Falle heißt sie die reine, im letztern die angewandte Naturwissenschaft.

Die mathematischen Principien der Naturwissenschaft stellte zuerst der große Newton in seinem unsterblichen Werke: Philosophiae naturalis principia mathematica in einer solchen Allgemein-

heit und Vortreflichkeit auf, als man es vor ihm kaum ahnden konnte. Allein die metaphyſiſchen Principien derſelben a priori zu beweiſen, war man in ſeinem Zeitalter noch nicht im Stande. Da er aber ihre Unentbehrlichkeit einſahe; ſo war er, um ihnen nicht das Anſehen bloßer empiriſcher Sätze zu geben, genöthigt, ſie als Axiome oder Poſtulate, von deren Wahrheit man ſich auch ohne Beweis überzeugen könnte, voraus zu ſetzen. Was aber die Zurückſtoßungs- und Anziehungskraft, die in der Naturwiſſenſchaft gerade das Wichtigſte ſind, betrift; ſo konnte er weder a priori beweiſen, noch als ein Axiom annehmen, daß ſie nothwendige urſprüngliche Kräfte der Materie ſind, und daß beſonders die Wirkung der Anziehungskraft nach dem Quadrat der Entfernung abnimmt, ſondern mußte das erſtere unentſchieden laſſen, obgleich ſeine Behauptung, daß die Anziehungskraft der Maſſe proportional ſey, deutlich lehrt, daß er dieſelbe in der That für eine urſprüngliche Kraft der Materie gehalten hat, das letztere aber, das ein ſo äußerſt wichtiges Geſetz der Natur iſt, lediglich aus der Erfahrung herleiten, die, ob ſie gleich, ſo weit wir die Natur kennen, die Richtigkeit deſſelben allgemein beſtätigt, es doch immer noch ungewiß läßt, ob ſich bey dieſer Allgemeinheit nicht Ausnahmen finden können, die uns zur Zeit noch bloß unbekannt ſind. Auf dieſe Art fehlte aus Mangel

der metaphyſiſchen Naturprincipien gerade den wichtigſten Lehren ſeines vortreflichen Werks noch immer die vollkommene apodiktiſche Gewißheit, welche die eigentliche Naturwiſſenſchaft mit ſich führen muß.

Dieſen Mangel erſetzte unſer uns vor kurzem entriſſene verewigte Kant, indem er jene metaphyſiſchen Principien der Naturwiſſenſchaft in ſeiner vorbenannten unſterblichen Schrift vollſtändig aufſtellte, und durch dieſe feſte Grundlage das Newtonſche Naturſyſtem zu einer wahren apodiktiſch gewiſſen Naturwiſſenſchaft erhob. Denn gründet man Newtons Werk auf Kants metaphyſiſche Anfangsgründe der Naturwiſſenſchaft; ſo hat man die auf Metaphyſik der Natur*) gegründete Mechanik,

*) Man hat ſeit kurzem behaupten wollen, daß Kants 1786 herausgekommene metaphyſiſche Anfangsgründe der Naturwiſſenſchaft die Metaphyſik der Natur nicht enthalten, weil er 1787 in der zweyten Auflage ſeiner Critik d. r. V. Vorrede S. XLIII ſagt, daß er mit der Zeit ſparſam verfahren müſſe, wenn er ſeinen Plan, die Metaphyſik der Natur zu liefern, ausführen wolle. Nimmt man dieſe ſeine Erklärung, ſo wie ſie da ſteht, blos für ſich; ſo würde allerdings folgen, daß er damals noch keine Metaphyſik der Natur geliefert, und daher letztere in ſeinen gedachten Anfangsgründen noch nicht enthalten ſeyn könne. Allein wäre dieſes der Sinn ſeiner Erklärung; ſo würde ſie nicht nur ſeinen vorigen Erklärungen geradezu widerſprechen, ſondern der ganze Inhalt ſeiner mehrgedachten Anfangsgründe würde ſie ſchon von ſelbſt widerlegen.

d. i. die eigentliche Naturwissenschaft. Da sowohl Newton als Kant einige Eigenschaften und

Denn in der Vorrede zu diesen sagt er S. xii zuerst mit dürren Worten, daß seine vollständige Zergliederung des Begriffs von einer Materie eine wirkliche Metaphysik der körperlichen Natur sey. Zweytens sagt er S. xiv ausdrücklich, er habe es auch deswegen für nöthig gehalten, die metaphysischen Constructionen von den mathematischen abzusondern, weil hier die Vollständigkeit der Metaphysik der körperlichen Natur zuversichtlich erwartet werden kann, und fügt S. xv hinzu: „Auch glaube ich diese metaphysische Körperlehre (und diese ist doch wohl nichts anders als die Metaphysik der körperlichen Natur!) so weit als sie sich immer nur erstreckt, vollständig erschöpft zu haben." Ja, daß er sie erschöpft habe, zeigt er unmittelbar darauf, indem er sie mit dem Schema der Vollständigkeit eines metaphysischen Systems, nämlich mit der Tafel der Kategorien vergleicht. Und dieses muß auch jedem Leser gedachter Anfangsgründe so einleuchten, daß wenn er daran zweifeln wollte, es ihm obliegen würde, einen auch noch so kurzen Grundriß einer Metaphysik der Natur nach Kants System zu entwerfen, die von derjenigen, die in jenen Anfangsgründen befindlich ist, verschieden wäre. Es ist also wohl kein Zweifel, daß Kant, laut der Vorrede zur Critik d. r. V. den Plan gehabt hat, noch eine ausführliche Metaphysik, die nicht nur die bereits gelieferte besondere Metaphysik der körperlichen Natur, oder des äußern Sinns, sondern auch die allgemeine des äußern und innern Sinns enthielte, die jener zum Grunde liegt, zu liefern, die man den bisherigen metaphysischen Lehrbüchern substituiren könnte.

Kräfte mitnehmen, auf die man ohne Erfahrung gar nicht kommen würde, z. B. die Begriffe von starren und flüßigen Körpern, und der Widerstand in letztern, die chymischen Kräfte, die Intussüsception ꝛc.; so enthalten ihre Werke schon verschiedenes, was zur angewandten Naturwissenschaft gehört, mithin muß, wenn man die reine Naturwissenschaft, als Grundlage der angewandten, dieser als einen besondern Theil voranschicken will, alles dieses von ihnen abgesondert werden. Kant hofte am Ende der Vorrede s. metaph. Anf. d. N., daß, durch seinen Entwurf veranlaßt, mathematische Naturforscher es nicht unwichtig finden würden, den metaphysischen Theil mit der mathematischen Bewegungslehre in Vereinigung zu bringen. Dieses ist nun in gegenwärtigen Anfangsgründen der reinen Mechanik geschehen, indem sie nichts anders enthält als die auf Metaphysik der Natur gegründete reine Bewegungslehre, mithin nichts anders als die wahre reine Naturwissenschaft, folglich die nothwendige Grundlage der ganzen Physik, und, da sie bloß die Elementarmechanik enthält, das eigentliche Fundament von dem vorbenannten die höhere Mechanik enthaltenden unsterblichen Newtonschen Werke. Es könnte zwar scheinen, daß die Lehre von den elastischen und unelastischen, harten und weichen Körpern, imgleichen die Lehre von der Schwere der Körper, schon zur ange-

wandten Naturwiſſenſchaft gehöre, weil wir alle jene Eigenſchaften der Körper bloß aus Erfahrung kennen. Allein da die urſprüngliche Elaſticität auf den Begriff der empiriſchen, und ſo auch der Härte und Weichheit von ſelbſt führt, die Schwere aber als urſprüngliche Anziehungskraft der Erde behandelt worden, außerdem in allen dieſen Lehren keine empiriſchen Principien zum Grunde gelegt worden, ſo behaupten dieſe Lehren mit Recht ihre Stelle in der reinen Naturwiſſenſchaft. Da aber alle übrigen empiriſchen Eigenſchaften der Materie, z. B. Cohäſion *), Starrheit, Flüßigkeit, Zerreibbarkeit, Magnetismus, Electricität, Galvanismus, Intusſuſception u. ſ. w. von der Art ſind, daß wir ohne Erfahrung nicht einmal auf einen Begriff von ihnen kommen würden; ſo gehören dieſe durchaus bloß in die angewandte Naturwiſſenſchaft, d. i. in die Phyſik. Und hieraus iſt zugleich klar, daß gegenwärtige Anfangs-

*) Hr. D. Oerſted glaubt zwar in ſeinen vom Hrn. D. Mendel herausgegebenen Ideen zu einer neuen Architektonik der Naturmetaphyſik S. 26. 27., daß die Cohäſionskraft zum Weſen der Materie gehöre, und als Limitation der Anziehungs- und Abſtoßungskraft, dieſer beyden entgegengeſetzten Grundkräfte der Materie, a priori deducirt werden könne. Allein nach meiner Einſicht iſt dieſe Deduction unmöglich. Das höchſte, was ſich hieraus deduciren ließe, wäre bloße Berührung und Ausſchließung leerer Räume, aber auch dieſe Deduction iſt nicht einleuchtend genug.

gründe die reine Naturwissenschaft ganz vollständig enthalten, und keine anderweitige Lehre mehr in ihnen Statt findet.

Um die Vollständigkeit der darin enthaltenen Naturmetaphysik zu zeigen, habe ich bereits die Architektonik derselben nach der Tafel der Kategorien für den Philosophen beyläufig angemerkt. Indessen wird es zur bessern Uebersicht nicht undienlich, sie hier im Zusammenhange mitzutheilen.

Was nämlich die Materie oder das Bewegliche selbst betrift; so ist diese in Rücksicht der

Quantität, als ein Ausgedehntes, entweder ein Theil oder mehrere Theile, oder ein Ganzes (Körper).

Qualität, als bewegende Kraft, etwas Reales, Negatives und Begränztes. (Abschn. 4. Anmerk. 2.)

Relation: Substanz; jede ihrer Veränderungen Wirkung einer äußerlichen Ursache, alle Materien stehen durch Wechselwirkung in Gemeinschaft (§. 28. Anmerk.)

Modalität: in Ansehung ihrer nicht ursprünglichen Kräfte bloß möglich, als Gegenstand der Empfindung wirklich, und als Beharrliches oder Substanz nothwendig.

Was aber die Bewegung der Materie anlangt; so ist diese in Rücksicht der

Quantität, so fern die Materie als ein bloßer Punkt, und die Größe der Bewegung in einem und ebendemselben Punkt vereinigt gedacht wird, entweder eine, nämlich die einfache, oder ein Aggregat von mehreren d. i. eine aus einer unbestimmten Menge einzelner zusammengesetzte, oder Allheit von Bewegungen, d. i. eine aus einer bestimmten Zahl einzelner zusammengesetzte. Diese Bestimmungen der Quantität der Bewegung ziehe ich als die richtige denjenigen vor, die ich, mit Kant, in Ansehung der Richtung §. 28. Anmerk. gegeben habe. Indessen ist die auf diese Art bestimmte Quantität der Bewegung eigentlich nur eine Zahl von Bewegungen, und wenn man daher den bewegten Körper vollständig als etwas Ausgedehntes betrachtet, so wird die Quantität seiner Bewegung bloß durch die Quantität der bewegten Materie bestimmt. Sieht man hingegen auf die intensive Größe oder den Grad der Bewegung, so wird diese für jeden materiellen Punkt durch die Größe des Raums, den er in einer gegebenen Zeit zurücklegt, d. i. durch die Geschwindigkeit bestimmt.

Qualität, die bloß in ihrer Richtung besteht, affirmativ oder real, so fern sie immer dieselbe Richtung behält, negativ, so fern sie

nach direct entgegen gesetzten Richtungen gedacht wird, und begränzt, so fern sie nach indirect entgegen gesetzten Richtungen möglich ist (§. 28. Anmerk. 2.).

Relation: Accidenz der Materie, Wirkung einer äußerlichen Ursache, steht durch gegenseitige Mittheilung mit andern Bewegungen in Gemeinschaft (§. 28. Anm.).

Modalität: möglich, wenn sie geradlinigt ist (§. 69.), wirklich, wenn der Körper sich durch eine krumme Linie bewegt, die ganz außerhalb uns liegt (§. 70.) nothwendig, für denjenigen Körper, dessen Anziehungskraft kleiner ist, als die des andern (§. 71.).

Ich habe es für nöthig gefunden, in der Architektonik der Naturmetaphysik von der Kantischen in mehrern Stücken abzugehen, und überlasse es dem Leser, nicht nur die Vergleichung selbst anzustellen, sondern auch zu beurtheilen, ob ich hiezu Grund gehabt habe. Nur über einen Umstand halte ich nöthig, mich zu rechtfertigen. Ich habe die Lehre von der Masse der Körper und der Quantität ihrer Bewegung im dritten Abschnitte der Phoronomie vorgetragen. Kant hingegen macht ihr in dieser ihren Platz streitig, und weiset ihr ihre Stelle erst in der strenge so genannten Mechanik an, weil man sich die materiellen Punkte des Körpers erst als etwas den-

ken

ken müſſe, was durch ſeine Bewegung bewegende Kraft hat (metaph. Anfangsgr. S. 110.). Allein ich ſehe gar nicht ein, warum man bey Schäzzung der Quantität der Bewegung durchaus auf die bewegende Kraft des Bewegten Rückſicht nehmen müßte, da man doch ſo gar bey Schätzung der intenſiven Größe der Bewegung, die bloß in dem Grade der Geſchwindigkeit beſteht, von aller Kraft abſtrahirt, und ihr daher ihre Stelle in der Phoronomie anweiſet. Nach meiner Einſicht muß man bey Beſtimmung der Größe der Bewegung eines Körpers von aller Kraft deſſelben durchaus abſtrahiren, weil wir die Größe dieſer Kraft erſt umgekehrt aus der Größe der Bewegung, als ihrer Wirkung, erkennen können.

H. D. Fries rechnet es, in ſeinem Buche über Reinhold, Fichte und Schelling 1803. S. 128., Kant als einen Fehler an, daß er mit Newton behauptet, die urſprüngliche Anziehungskraft ſtehe nothwendig im Verhältniſſe der Maſſe, das heißt mit der Quantität der Subſtanz, weil, nach ſeiner Meinung, es hiedurch unmöglich gemacht wird, andere Unterſchiede, als die der ſpecifiſchen Gewichte zu erklären. Allein wäre dieſes ein wirklicher Fehler; ſo müßte man behaupten, die urſprüngliche Anziehungskraft wäre nicht eine urſprüngliche. Denn eine Kraft, die der Materie als Materie zukommt, ſo daß ohne ſie

die Materie unmöglich würde, muß nothwendig allen Materien ohne Unterschied in gleichem Grade zukommen, so daß eine gleiche Menge Materie auch zugleich beständig einen gleichen Grad derselben ursprünglichen Kraft besitzen muß. Also ist es ein absolut nothwendiger allgemeiner Satz: jede ursprüngliche Kraft der Materie ist der Masse proportional, und gilt nicht nur von der ursprünglichen Anziehungskraft, sondern auch von der ursprünglichen Elasticität. In Ansehung der ursprünglichen Kräfte findet also bey der Materie kein Unterschied statt, sondern dieser beruht lediglich auf Kräften, die der Materie nicht nothwendig zukommen, sondern als zufällige anzusehen sind.

Einleitung

Vom Objekt der Mechanik.

Erklärung 1.

§. 1. Die Veränderung des Orts heißt Bewegung. Das Bleiben in demselben Orte heißt Ruhe. Das Bewegliche heißt Materie, und Materie als ein Ganzes betrachtet, heißt ein physischer Körper, oder schlechthin ein Körper.

Zus. 1. Da jeder Ort eine Stelle im Raum, und sowohl jede Veränderung, als jedes Bleiben nur in der Zeit denkbar ist; so setzt sowohl der Begriff der Bewegung als der Ruhe die Begriffe von Raum und Zeit voraus, und Materie und Körper sind also bloß im Raum möglich.

Zus. 2. Jede Bewegung ist stetig. Denn die Veränderung des Orts besteht darinn, daß der Körper im jetzigen Augenblick an einem andern Orte ist, als er im verflossenen war. Nun aber ist, weil sowohl der Raum als die Zeit stetig ist, zwischen zwey Oertern allemal ein Zwischenraum, und zwischen zwey Augenblicken allemal eine Zeitdauer. Also besteht die Bewegung eines Körpers darinn,

drehung Statt fände, indem bey dieser die Axe selbst in Ruhe bliebe. Allein letzteres gilt zwar von geometrischen Körpern, die nichts anders als einen Theil des absoluten Raums bedeuten, ohne irgend darauf zu sehen, ob Materie darinn vorhanden sey oder nicht. Denn da dieser unbeweglich ist; so ist das Drehen desselben eine bloß imaginaire Vorstellung, und da hier die Axe eine geometrische Linie ist, deren Punkte alle unausgedehnt sind; so läßt sich kein Drehen derselben, auch nicht einmal in der Imagination, vorstellen, mithin ist man hier gezwungen, sich sowohl die Axe in Beziehung aller in der Imagination gedachten Punkte eines geometrischen Körpers und einer geometrischen Fläche, als auch den Punkt, um welchen man sich die Umdrehung einer Linie imaginirt, in Beziehung auf diese als ruhend zu denken. Bey physischen Körpern hingegen ist ein materieller unausgedehnter Punkt, mithin auch eine solche Punkte enthaltende Linie ein Widerspruch, folglich ist jeder Punkt einer materiellen Linie materiell und ausgedehnt, und da bey einem festen Körper jeder Punkt während der Bewegung als von allen übrigen unzertrennlich und gegen sie immer dieselbe Lage behaltend gedacht wird; so kann auch bey der Axendrehung des Körpers kein materieller Punkt in Ruhe bleiben, sondern muß sich, und daher auch seine Axe, eben so wie jeder andere Punkt mitdrehen.

Erklärung 5.

§. 5. Die Wissenschaft von der Bewegung der festen Körper heißt die Mechanik.

Zus. 1. Also kann man man in der Mechanik jeden Körper als einen bloßen Punkt, und den von ihm durchlaufenen Raum als eine bloße Linie ansehen (§. 4. Z. 3.)

Zus. 2. Da jede Bewegung entweder gleichförmig, oder ungleichförmig ist (§. 3.); so theilt sich die Mechanik in zwey Hauptheile, nämlich: in die Lehre von der gleichförmigen, und in die Lehre von der ungleichförmigen Bewegung.

ſo heißt derſelbe der relative Ort des Körpers, der Raum, ſo fern ſeine Oerter bloß als relative betrachtet werden, heißt alsdann der relative Raum, die Veränderung des relativen Orts eines Körpers, heißt ſeine relative Bewegung, und ſein Bleiben im relativen Orte heißt ſeine relative Ruhe.

Zuſ. 1. Die abſolute Ruhe oder Bewegung eines Körpers kann gar nicht wahrgenommen werden. Denn der Raum für ſich und jeder abſolute Ort deſſelben iſt gar kein Gegenſtand der Wahrnehmung, ſondern muß vielmehr in unſerer Vorſtellung ſchon vorausgeſetzt werden, wenn äußere Wahrnehmung möglich werden ſoll. Alſo läßt es ſich ſchlechterdings nicht wahrnehmen, ob ein Körper in ſeinem abſoluten Orte bleibt oder ihn verändert.

Zuſ. 2. Alſo iſt eine abſolute Ruhe oder Bewegung ein Unding (§. 1. Z. 5.), mithin iſt keine andere Bewegung und Ruhe möglich, als eine relative, und die Bewegung und Ruhe der Körper beſteht alſo bloß darinn, daß ſie ihre äußern Verhältniſſe gegen einander, nämlich ihre Lage gegen einander verändern, oder beybehalten.

Zuſ. 3. Der relative Raum, in welchem wir die Körper wahrnehmen, iſt an ſich betrachtet nichts anders, als ein Theil des abſoluten Raums, in welchem alle mögliche Körper und alle ihre Veränderungen, ſie mögen in Ruhe oder in Bewegung ſeyn, ſchlechterdings gedacht werden müſſen; und er heißt daher bloß ſo fern relativ, weil wir nur in dieſem Theile des Raums die äußern Verhältniſſe der Körperwelt wahrnehmen können, indem er uns durch

die materiellen Dinge, die in ihm sind, empirisch bezeichnet wird, daher kann man ihn in dieser Rücksicht auch den materiellen oder empirischen Raum nennen.

Zus. 4. Da uns also der relative Raum durch die materiellen Gegenstände empirisch bezeichnet wird, und daher für uns wahrnehmbar ist (Z. 3.); so können wir uns denselben beliebig auch als beweglich vorstellen, ob er gleich für sich als absoluter Raum unbeweglich ist. z. B. wenn ich in der Cajüte eines Schiffs, das vom Ufer wegsegelt, mit dem Rücken nach dem Fenster stehe, so ist der eingeschränkte Raum der Cajüte der relative Raum, in welchem allein ich die Bewegung und Ruhe wahrnehmen kann, und wenn ich die Bewegung des Schiffs nicht empfinde, und ich sehe eine Kugel von der andern Seite der Cajüte mir entgegen rollen; so sage ich: ich bin in Ruhe, und die Kugel bewegt sich. Sehe ich aber aus dem Fenster der Cajüte nach dem Ufer; so erweitert sich hier mein relativer Raum, und ich betrachte nun das Ufer als ruhend, mich aber und die Cajüte, wegen meiner veränderten Lage gegen das Ufer, als bewegt. Gesetzt nun, das Schiff bewegte sich vom Ufer eben so geschwinde weg, als die Kugel in der Cajüte sich nach demselben bewegt; so würde ich sagen: die Kugel ist in meinem jetzigen relativen Raum in Ruhe geblieben, indem sich ihre Lage gegen das als ruhend betrachtete Ufer gar nicht geändert hätte.

Erklärung 3.

§. 3. Die Bewegung eines Körpers heißt **gleichförmig**, wenn er in gleichen Zeiten auch immer gleiche Räume durchläuft, **ungleichförmig**, wenn er in gleichen Zeiten ungleiche Räume durchläuft.

Erklärung 4.

§. 4. In bloß mechanischer Bedeutung heißt ein Körper ein **fester**, wenn seine Theile so zusammenhangen, daß sie sich weder während seiner Ruhe, noch während seiner Bewegung von einander trennen, und daher immerfort eben dieselbe Lage gegen einander behalten.

Zus. 1. Wenn daher ein fester Körper in Ruhe ist, so sind alle Punkte seiner Materie in Ruhe, und wenn er sich bewegt, so bewegen sich alle Punkte seiner Materie mit einander parallel.

Zus. 2. Wenn umgekehrt ein Punkt des festen Körpers in Ruhe ist; so sind sie alle in Ruhe, und wenn ein Punkt desselben sich bewegt; so bewegen sie sich alle mit einander parallel.

Zus. 3. Also kann man bey den festen Körpern in Rücksicht ihrer Bewegung und Ruhe von ihrer Ausdehnung gänzlich abstrahiren, und den festen Körper als einen bloßen **Punkt**, und den von ihm durchlaufenen Raum als eine bloße **Linie** betrachten.

Anmerkung.

Es könnte zwar scheinen, daß der erste und zweyte Zusatz nicht allgemein richtig wäre, sondern nur bey der fortschreitenden Bewegung, keineswegs aber bey der Axen-

Zus. 1. Also ist in der gleichförmigen Bewegung das Product aus dem Raum des einen Körpers in die Zeit des andern dem Product aus dem Raum des andern in die Zeit des erstern gleich, d. i. $St = sT$.

Zus. 2. Wenn man daher den Raum s, den der Körper in der Zeit t durchläuft, zum Maaß aller übrigen annimmt, und $s = 1$, $t = 1$ setzt; so ist jeder andere Raum der Zeit gleich, in welcher er ihn durchläuft, d. i. $S = T$ (Z. 1.) z. B. wenn der Körper in einer Zeitsecunde eine Ruthe durchläuft; so durchläuft er in 12 Secunden 12 Ruthen.

Erklärung 6.

§. 7. Unter der Geschwindigkeit versteht man die Größe des Raums, den ein Körper in einer gegebenen Zeit gleichförmig durchläuft. Man nimmt nämlich einen bekannten kleinen Zeittheil, z. B. eine Secunde, beliebig an, und bestimmt die Geschwindigkeit durch den Raum, den er in diesem Zeittheil gleichförmig durchläuft, z. B. wenn der Körper in jeder Secunde 20 Fuß durchläuft; so sagt man: er hat eine Geschwindigkeit von 20 Fuß.

Zus. 1. Wenn daher ein Körper sich gleichförmig bewegt, so läuft er immer gleich geschwinde, und wenn er immer gleich geschwinde läuft; so ist seine Bewegung gleichförmig (§. 3.)

Zus. 2. Wenn also zwey Körper sich gleichförmig und dabey gleichgeschwinde bewegen; so verhalten sich die Räume wie die Zeiten der Bewegung, d. i. $S : s = T : t$ (§. 6.)

Zuſ. 3. Wenn ein Körper in einer n mal gröſſern Zeit einen n mal gröſſern Raum gleichförmig durchläuft, als ein anderer; ſo bewegt er ſich n mal geſchwinder, als dieſer (§. 3.).

Zuſ. 4. Alſo verhalten ſich in der gleichförmigen Bewegung die Geſchwindigkeiten, wie die Räume, die in eben der Zeit durchlaufen würden (Ar. §. 119.), d. i. wenn ein Körper mit der Geſchwindigkeit C den Raum S in eben der Zeit gleichförmig durchläuft, in welcher ein anderer mit der Geſchwindigkeit c den Raum s gleichförmig zurücklegt; ſo iſt $C : c = S : s$.

Lehrſatz 2.

§. 8. Wenn zwey Körper ſich gleichförmig bewegen; ſo ſind die Räume, die ſie durchlaufen, im zuſammengeſetzten Verhältniß ihrer Geſchwindigkeiten und der Zeiten, in welchen ſie ſich bewegen, d. i. wenn der eine Körper mit der Geſchwindigkeit C in der Zeit T den Raum S, und der andere mit der Geſchwindigkeit c in der Zeit t den Raum s durchläuft; ſo iſt $S : s = \left(\begin{smallmatrix} C : c \\ T : t \end{smallmatrix}\right)$.

Beweis. Denn man ſetze, ein dritter Körper durchlaufe gleichförmig mit der Geſchwindigkeit C des erſten in der Zeit t des zweyten den Raum σ; ſo iſt

$S : \sigma = T : t$ (§. 7. Z. 2.).

und $\sigma : s = C : c$ (§. 7. Z. 4.),

alſo $S : s = \left(\begin{smallmatrix} C : c \\ T : t \end{smallmatrix}\right)$ (Ar. §. 126. Z. 1).

Zus. 1. Wenn man daher die Verhältnisse der Geschwindigkeiten und Zeiten durch Zahlen ausdrückt; so verhalten sich in der gleichförmigen Bewegung zweyer Körper die durchlaufenen Räume, wie die Producte aus ihren Geschwindigkeiten in die Zeiten ihrer Bewegung, d. i. $S : s = CT : ct$ (Arithm. §. 127.), z. B. wenn der eine Körper in jeder Secunde 8, und der andere 3 Fuß durchläuft, und der erstere 9, der letztere 2 Stunden in Bewegung ist; so ist $S : s = 72 : 6 = 12 : 1$ d. i. der erstere hat einen 12mal größern Raum zurückgelegt, als der zweyte.

Zus. 2. Wenn die Räume gleich sind; so verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Zeiten, und wenn die Geschwindigkeiten sich so verhalten; so sind die Räume gleich. Denn wenn $S = s$ ist, so ist $CT = ct$ (Z. 1.), also $C : c = t : T$, und wenn $C : c = t : T$ ist; so ist $CT = ct$, also $S = s$ (Z. 1.). Z. B. wenn der eine Körper in jeder Secunde 5, der andere nur 3 Fuß durchläuft, der erste aber nur 3, der zweyte hingegen 5 Stunden in Bewegung ist; so sind ihre durchlaufenen Räume gleich, und wenn diese gleich sind; so muß, wenn die Geschwindigkeit des ersten zu der des zweyten sich wie 5 : 3 verhält, die Zeit des ersten zur Zeit des zweyten sich wie 3 : 5 verhalten.

Zus. 3. Wenn man die Bewegung des zweyten Körpers zur Einheit annimmt; so daß der Raum welchen der erste durchläuft Smal, seine Geschwindigkeit Cmal, und die Zeit Tmal größer ist, als

bey dem andern; so ist sein Raum S so viel mal größer, als das Product der Zahlen C, T beträgt, das heißt: es ist: $S = CT$. Denn in diesem Fall ist $s = 1$, $c = 1$, $t = 1$, also $S = CT$ (Z. 1.) z. B. wenn der erste Körper sich 5 mal geschwinder und 7 mal länger, als der zweyte bewegt; so durchläuft er einen 35 mal größern Raum, als der zweyte. Dieses ist der wahre Sinn des Satzes: In der gleichförmigen Bewegung bekommt man den Raum wenn man die Geschwindigkeit durch die Zeit multiplicirt, mithin der wahre Sinn des Ausdrucks $S = CT$.

Zus. 4. Also bekommt man in der gleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit, wenn man den Raum durch die Zeit dividirt, und die Zeit, wenn man den Raum durch die Geschwindigkeit dividirt, d. i. $C = \frac{S}{T}$, und $T = \frac{S}{C}$ (Z. 3.) z. B. wenn der eine Körper in einer 3mal längern Zeit einen 12mal größern Raum durchläuft, als ein anderer; so bewegt er sich 4 mal geschwinder, und wenn er mit einer 4mal größern Geschwindigkeit einen 12mal größern Raum durchläuft, als ein anderer, so braucht er eine 3mal längere Zeit, als dieser.

Zus. 1. Wenn man daher die Verhältnisse der Geschwindigkeiten und Zeiten durch Zahlen ausdrückt; so verhalten sich in der gleichförmigen Bewegung zweyer Körper die durchlaufenen Räume, wie die Producte aus ihren Geschwindigkeiten in die Zeiten ihrer Bewegung, d. i. $S : s = CT : ct$ (Arithm. §. 127.), z. B. wenn der eine Körper in jeder Secunde 8, und der andere 3 Fuß durchläuft, und der erstere 9, der letztere 2 Stunden in Bewegung ist; so ist $S : s = 72 : 6 = 12 : 1$ d. i. der erstere hat einen 12mal größern Raum zurückgelegt, als der zweyte.

Zus. 2. Wenn die Räume gleich sind; so verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Zeiten, und wenn die Geschwindigkeiten sich so verhalten; so sind die Räume gleich. Denn wenn $S = s$ ist, so ist $CT = ct$ (Z. 1.), also $C : c = t : T$, und wenn $C : c = t : T$ ist; so ist $CT = ct$, also $S = s$ (Z. 1.). Z. B. wenn der eine Körper in jeder Secunde 5, der andere nur 3 Fuß durchläuft, der erste aber nur 3, der zweyte hingegen 5 Stunden in Bewegung ist; so sind ihre durchlaufenen Räume gleich, und wenn diese gleich sind; so muß, wenn die Geschwindigkeit des ersten zu der des zweyten sich wie 5 : 3 verhält, die Zeit des ersten zur Zeit des zweyten sich wie 3 : 5 verhalten.

Zus. 3. Wenn man die Bewegung des zweyten Körpers zur Einheit annimmt; so daß der Raum welchen der erste durchläuft Smal, seine Geschwindigkeit Cmal, und die Zeit Tmal größer ist, als

Denn die Wahrnehmung der Bewegung ist bloß im relativen Raum möglich (§. 2. Z. 2.), und dieser läßt sich nach Belieben als ruhig oder als beweglich ansehen (§. 2. Z. 4.). Man setze also (Fig. 1.) der relative Raum sey ruhend, und der Körper A durchlaufe in ihm die gerade Linie AB; so sehen wir ihn den materiellen Dingen, die am Orte B sind, immer näher rücken, und endlich erblicken wir ihn bey ihnen am Orte B selbst. Allein nehmen wir umgekehrt den Körper A als ruhend an, und lassen, statt dessen, den relativen Raum mit den andern materiellen Dingen die in ihm sind, mit derselben Geschwindigkeit nach der entgegengesetzten Richtung von B nach A rücken, so sehen wir den Körper A eben so, wie vorhin, immer näher bey den Dingen in B, und am Ende in B selbst. Also ist die Wahrnehmung der Bewegung in beyden Fällen ganz dieselbe.

Zus. 4. Eine zusammengesetzte geradlinigte Bewegung ist nur auf dreyerley Art möglich. Denn in zwey einfachen Bewegungen, die in ihr vereinigt als eine einzige gedacht werden sollen, ist die Richtung entweder einerley, oder die Richtung der einen ist der Richtung der andern direct entgegen gesetzt, oder die eine ist der andern indirect entgegen gesetzt, so daß beide mit einander einen hohlen Winkel machen.

Lehrsatz 3.

§. 10. Wenn ein Körper mit zwey einzelnen Geschwindigkeiten zugleich sich nach einerley Rich-

Zweyter Abschnitt.

Von der einfachen und zusammengesetzten Bewegung.

Erklärung 7.

§. 9. Eine Bewegung heißt **geradlinigt**, wenn sie immerfort nach einerley Richtung geschieht, **krummlinigt**, wenn ihre Richtung sich jeden Augenblick ändert. Eine Bewegung heißt **einfach**, wenn sie nur als eine einzige betrachtet wird, hingegen **zusammengesetzt**, wenn zwey oder mehrere Bewegungen in demselben Körper vereinigt als eine einzige betrachtet werden.

Zus. 1. Also ist jede einfache Bewegung geradlinigt. Denn ist eine Bewegung nicht geradlinigt, so hat sie verschiedene Richtungen, also ist sie schon für sich als eine aus mehrern geradlinigten zusammengesetzte anzusehen.

Zus. 2. Jede krummlinigte Bewegung ist eine zusammengesetzte. Denn da sie ihre Richtung jeden Augenblick ändert; so ist sie als aus unendlich vielen zusammengesetzt zu betrachten.

Zus. 3. Die Wahrnehmung einer geradlinigten Bewegung ist ganz dieselbe, man mag den Körper als bewegt, und den relativen Raum als ruhig, oder man mag den Körper als ruhig, und dagegen den relativen Raum mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzter Richtung bewegt annehmen.

Denn die Wahrnehmung der Bewegung ist bloß im relativen Raum möglich (§. 2. Z. 2.), und dieser läßt sich nach Belieben als ruhig oder als beweglich ansehen (§. 2. Z. 4.). Man setze also (Fig. 1.) der relative Raum sey ruhend, und der Körper A durchlaufe in ihm die gerade Linie AB; so sehen wir ihn den materiellen Dingen, die am Orte B sind, immer näher rücken, und endlich erblicken wir ihn bey ihnen am Orte B selbst. Allein nehmen wir umgekehrt den Körper A als ruhend an, und lassen, statt dessen, den relativen Raum mit den andern materiellen Dingen die in ihm sind, mit derselben Geschwindigkeit nach der entgegengesetzten Richtung von B nach A rücken, so sehen wir den Körper A eben so, wie vorhin, immer näher bey den Dingen in B, und am Ende in B selbst. Also ist die Wahrnehmung der Bewegung in beyden Fällen ganz dieselbe.

Zus. 4. Eine zusammengesetzte geradlinigte Bewegung ist nur auf dreyerley Art möglich. Denn in zwey einfachen Bewegungen, die in ihr vereinigt als eine einzige gedacht werden sollen, ist die Richtung entweder einerley, oder die Richtung der einen ist der Richtung der andern direct entgegen gesetzt, oder die eine ist der andern indirect entgegen gesetzt, so daß beide mit einander einen hohlen Winkel machen.

Lehrsatz 3.

§. 10. Wenn ein Körper mit zwey einzelnen Geschwindigkeiten zugleich sich nach einerley Rich-

tung gleichförmig bewegt; so ist seine zusammengesetzte Geschwindigkeit der Summe der beyden einzelnen gleich.

Beweis. Denn man setze, (Fig. 1.) der Körper würde mit der ersten Geschwindigkeit allein in einer Secunde die Linie AB, und mit der zweyten allein die Linie ab = BC durchlaufen; so stellen diese Linien die beyden einzelnen Geschwindigkeiten vor (§. 7.). Nun setze man in Ansehung der ersten den Raum als ruhend, und den Körper als von A nach B bewegt, in Ansehung der zweyten aber setze man den Körper als ruhend, und den relativen Raum mit der Geschwindigkeit ab = BC nach der entgegengesetzten Richtung von C nach B als bewegt, welches ganz gleichgültig ist (§. 9. Z. 3.); so ist in dem Augenblick, da der Körper A im ruhenden Raum nach B kommt, der relative Ort C ebenfals in B, mithin sehen wir den Körper A nach einer Secunde am Orte C, folglich ist der ganze in einer Secunde durchlaufene Raum = AB + BC. Also ist die zusammengesetzte Geschwindigkeit AC, mit welcher sich der Körper bewegt hat, so groß, als die einzelnen Geschwindigkeiten AB, BC zusammen.

Zus. Wenn daher die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein Körper bewegt, aus n gleichen einzelnen Geschwindigkeiten zusammengesetzt ist; so ist die zusammengesetzte n mal größer, als jede einzelne.

Lehrsatz 4.

§. 11. Wenn ein Körper mit zwey einzelnen Geschwindigkeiten zugleich sich nach direct entgegengesetzten Richtungen gleichförmig bewegt; so bewegt er sich nach der Richtung der größern mit einer Geschwindigkeit, die der Differenz der beyden einzelnen gleich ist.

Beweis. Denn man setze (Fig. 2.) mit der ersten Geschwindigkeit allein durchlaufe der Körper in einer Secunde AB, und mit der zweyten allein AC, und mache AF = AC. Nun setze man wieder, statt der zweyten Bewegung von A nach C, daß der relative Raum mit derselben Geschwindigkeit AF = AC sich nach der entgegengesetzten Richtung von A nach F bewege; so sehen wir, wenn der Körper A nach B kommt, den Ort A, den wir vorhin in A sahen, jetzt in F, also hat sich nach unserer Wahrnehmung der Körper A bloß durch FB bewegt. Nun ist FB = AB — AC. Also ist seine zusammengesetzte Geschwindigkeit die Differenz der beyden einzelnen.

Zus. Wenn daher ein Körper mit zwey gleichen Geschwindigkeiten sich nach direct entgegengesetzten Richtungen gleichförmig bewegen soll; so wird seine Geschwindigkeit = 0, und er bleibt also in Ruhe.

Lehrsatz 5.

§. 12. Wenn ein Körper mit zwey einzelnen Geschwindigkeiten zugleich sich nach indirect entgegengesetzten Richtungen, d. i. nach Linien, die einen

hohlen Winkel einſchließen, gleichförmig bewegt; ſo durchläuft er die Diagonale des Parallelogramms, das mit den beyden einzelnen Geſchwindigkeiten unter dem gegebenen Directionswinkel beſchrieben wird, und ſeine zuſammengeſetzte Geſchwindigkeit iſt dieſer Diagonale gleich, daher nennt man dieſe auch die mittlere Geſchwindigkeit.

Beweis. Denn man ſetze (Fig. 3.) der Körper A durchlaufe in einer Secunde mit der erſten Geſchwindigkeit allein die Linie AC, und mit der zweyten allein die Linie AB. Nun ziehe man BD mit AC, und CD mit AB parallel, und laſſe wieder, ſtatt der zweyten Bewegung von A nach B im ruhenden Raum den relativen Raum mit der Geſchwindigkeit AB nach entgegengeſetzter Richtung von B nach A fortrücken; ſo ſieht man, wenn der Körper von A nach C kommt, den relativen Ort D in C, mithin ſehen wir den Körper A jetzt in der Ecke D der Diagonale AD. Nun ſetze man, im n ten Theil der Secunde wäre der Körper mit der erſten Geſchwindigkeit allein bis E, und mit der zweyten allein bis M gekommen; ſo ſahe man ihn nach dem n ten Theil der Secunde in der Ecke N der Diagonale AN des Parallelogramms AMNE (p. dem.), und da AE : AC = AM : AB, folglich auch AE : AC = EN : CD iſt; ſo muß die Ecke N in der Diagonale AD liegen (denn läge ſie außer derſelben, z. B. in F; ſo wäre AE : AC = EF : CD, mithin EN = EF). Alſo befindet ſich der Körper A in jeden Augenblick in der Diagonale AD, d. i. er durchläuft dieſelbe, und wenn daher ſeine einzel-

nen

nen Geschwindigkeiten den Seiten AC, AB des Parallelogramms gleich sind; so ist seine zusammengesetzte Geschwindigkeit der Diagonale desselben gleich.

Zus. 1. Also läßt sich die gleichförmige Bewegung eines Körpers A durch die gerade Linie AD allemal so ansehen, als ob sie aus den beyden einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB des Parallelogramms ABDC zusammengesetzt wäre.

Zus. 2. Wenn ein Körper sich mit zwey einzelnen Geschwindigkeiten nach indirect entgegengesetzten Richtungen bewegt, so ist seine zusammengesetzte Geschwindigkeit kleiner als die beyden einzelnen zusammen.

Denn da $AD < AC + CD$, und $CD = AB$; so ist $AD < AC + AB$.

Zus. 3. Also ist die zusammengesetzte Geschwindigkeit bloß in dem Fall der Summe der einzelnen gleich, wenn diese einerley Richtung haben (§. 10.), sonst aber ist sie allemal kleiner als die Summe der einzelnen, ihre Richtungen mögen direct entgegengesetzt seyn (§. 11.), oder indirect (Z. 2.).

Zus. 4. Wenn man (Fig. 3.) den Sinus totus $= 1$ setzt; so ist $\cos C = \frac{CD^2 + AC^2 - AD^2}{2\,CD \,.\, AD}$ (Anfangsgr. d. reinen Mathesis, Trigon. §. 10) $= \frac{AB^2 + AC^2 - AD^2}{2\,AB \,.\, AC}$, also

$AD = r(AB^2 - 2\,AB \,.\, AC \,.\, \cos. C + AC^2)$.

Nun ist $C = 180° - CAB$, folglich, wenn CAB spitz ist, $\cos. CAB = -\cos. C$ (ebend. §. 3. Z. 7. 8.). Wenn daher der Directionswinkel CAB

der beyden einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB spiß ist; so ist die zusammengesetzte Geschwindigkeit

$AD = r(AB^2 + 2\,AB \cdot AC \cdot \text{cos. } CAB + AC^2)$

Zus. 5. Wenn hingegen (Fig. 4.) der Directionswinkel CAB der beyden einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB stumpf ist; so wird cos. CAB negativ, also ist hier die zusammengesetzte Geschwindigkeit

$AD = r(AB^2 - 2\,AB \cdot AC \cdot \text{cos. } CAB + AC^2)$ (Z. 4.)

Zus. 6. Wenn (Fig. 5.) der Directionswinkel CAB der beyden einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB ein rechter ist; so ist cos. CAB = o, also ist hier die zusammengesetzte Geschwindigkeit

$AD = r(AB^2 + AC^2)$ (Zus. 4. 5.).

Zus. 7. Je kleiner (Fig. 3.) der spiße Directionswinkel CAB der einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB wird, desto mehr nähert sich cos. CAB dem Werthe = 1, mithin die zusammengesetzte Geschwindigkeit AD dem Werthe der Summe AB + AC (Z. 4.).

Zus. 8. Je größer der stumpfe Directionswinkel CAB (Fig. 4.) der einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB wird; desto mehr nähert sich — cos. CAB dem Werthe = — 1, mithin die zusammengesetzte Geschwindigkeit AD dem Werthe der Differenz AB — AC.

Zus. 9. Wenn der spiße Directionswinkel CAB (Fig. 3.) der einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB = o wird, mithin beyde ganz einerley Richtung haben; so wird cos. CAB = 1, also die zusammengesetzte Geschwindigkeit AD der Summe der beyden

einzelnen AB + AC gleich (Z. 4.), mithin so, wie §. 10. bewiesen worden.

Zus. 10. Wenn hingegen der stumpfe Directionswinkel CAB (Fig. 4.) der beyden einzelnen Geschwindigkeiten AC, AB = 180° wird, mithin die Richtung von AB der Richtung von AC direct entgegengesetzt ist; so ist — cos. CAB = — 1, mithin die zusammengesetzte Geschwindigkeit AD = AB — AC, also der Differenz der beyden einzelnen gleich (Z. 5.), und da AB in die der Linie AC direct entgegengesetzte größere Linie AB fällt; so bewegt sich der Körper A nach der Richtung der größern Geschwindigkeit AB, mithin wieder eben so, wie (§. 11.) bewiesen worden.

Anmerkung.

Der Begriff der zusammengesetzten Bewegung fordert, daß in eben demselben Körper zwey oder mehrere einzelne Geschwindigkeiten dergestalt vereinigt werden sollen, daß dadurch eine dritte entstehe, die mit ihnen zusammen völlig keinerley ist. Soll man sich aber diese beyden einzelnen Bewegungen des Körpers in eben demselben Raum vorstellen; so ist dieser Begriff in sich selbst widersprechend. Denn die Theile der Geschwindigkeit sind nicht, wie die Theile des Raums und der Zeit, ausgedehnte oder extensive Größen, in welchen das Ganze sich durch Addition oder Subtraction der Theile erzeugen läßt, sondern unausgedehnte oder intensive Größen, in welchen sich die Theile bloß als verschiedene Grade denken lassen, von welchen der eine zwar zwey, drey und mehrere male größer oder kleiner als der andere gedacht werden kann, aber nicht in der Art, als ob zwey gleiche Grade zusammengenommen einen zweymal größern, oder zwey gleiche Grade von einem dreymal größern subtrahirt einen dreymal kleinern geben, sondern der zweymal größere oder kleinere Grad sich bloß durch den zweymal größern oder kleinern Raum bestimmen

läßt, den der Körper in derselben Zeit durchläuft. Soll also der Körper sich wirklich mit zwey einzelnen Geschwindigkeiten zugleich in ebendemselben ruhenden Raum bewegen; so läßt sich der Begriff der zusammengesetzten Bewegung gar nicht construiren, mithin die Möglichkeit einer solchen Bewegung gar nicht anschaulich machen, man mag sich die beyden einzelnen Geschwindigkeiten des Körpers nach einerley Richtung, oder nach direct oder indirect entgegen gesetzten Richtungen denken. Nimmt man hingegen, wie in den Beweisen der drey letzten Lehrsätze, an, die eine Bewegung geschehe im ruhenden Raum, und statt der zweyten bewege sich der relative Raum nach direct entgegengesetzter Richtung, welches, wie gezeigt worden, ganz gleichgültig ist; so läßt sich der Begriff der zusammengesetzten Bewegung ohne alle Mühe construiren, mithin die Möglichkeit der letztern a priori mit der größesten Evidenz in der Anschauung darstellen.

Vergebens hat man daher, um die Theorie der zusammengesetzten Bewegung fest zu stellen, seine Zuflucht zu den Kräften der Körper genommen. Denn die Frage ist hier nicht: wie eine größere Kraft, z. B. eine größere Portion Schießpulvers, im Körper eine größere Geschwindigkeit hervorbringen könne, sondern vielmehr diese: wenn man von allen Kräften gänzlich abstrahirt, und sich im Körper keine andere Eigenschaft als bloß seine Beweglichkeit denkt, wie überhaupt aus zwey einzelnen Geschwindigkeiten desselben, sie mögen herrühren, woher man will, eine dritte zusammengesetzt werde, die mit ihnen zusammen ganz einerley ist. Zu dieser Einsicht kann aber der Begriff der Kraft offenbar nichts beytragen. Wenn z. B. zwey Pferde mit gleichen Geschwindigkeiten den Wagen nach einerley Richtung ziehen; so wird hiedurch die Geschwindigkeit desselben doch offenbar nicht zweymal größer, sondern das ganze Resultat ist hier bloß dieses, daß die Kraft, die ein einziges Pferd anwenden müßte, jetzt unter zwey gleich vertheilt, und daher für jedes zweymal kleiner wird. Man setze also, ein Schiff werde vom Strohme und vom Winde zugleich nach einerley Richtung getrieben; so läßt sich noch gar nicht schließen, daß es sich zweymal geschwinder bewegen muß, ja es läßt sich nicht einmal einsehen, wie das Schiff sich mit der ersten Ge-

schwindigkeit in freyer Bewegung erhalten könne, indem die zweyte hinzukommt, und es bleibt daher noch immer der Zweifel übrig, ob nicht das vom Strohm bewegte Schiff eben dadurch dem Stoße des Windes beständig ausweiche, mithin denselben gänzlich unwirksam mache und aufhebe, und man kann es also nicht anders als durch die Erfahrung ausmitteln, ob es sich wirklich geschwinder bewegt habe. Setzt man, daß zwey Pferde mit gleicher Kraft einen Körper nach direct entgegengesetzten Richtungen ziehen; so können sie sich gar nicht bewegen, so wenig, als wenn sie beyde unmittelbar an ihren Schweifen zusammen gebunden wären, mithin bleiben beyde, eben sowohl als der Körper, in Ruhe, also kann man hier gar nicht einmal von zwey einzelnen Bewegungen reden, sondern man müßte sagen: die Ruhe des Körpers ist aus einer zwiefachen Ruhe zusammengesetzt, oder da die Ruhe hier eigentlich das Bestreben, sich zu bewegen, vorstellen soll; so müßte man sich im eigentlichen Sinne so ausdrücken; in demselben Körper ist nicht einmal das Bestreben, sich nach zwey direct entgegengesetzten Richtungen mit gleichen Geschwindigkeiten zugleich zu bewegen, denkbar, sondern der Begriff eines solchen Bestrebens schon an sich widersprechend. Dieses zeigt sich auch, wenn man annimmt, daß die Kraft des einen Pferdes größer als die des andern ist, denn hier lassen sich, ihre Richtungen mögen direct oder indirect entgegengesetzt seyn, beyde Bewegungen zugleich, wenn man sich dieselben in ebendemselben ruhenden Raum vorstellen will, gar nicht einmal als möglich denken, und man kann also auch hier bloß empirisch verfahren, und über ihre Möglichkeit bloß die Erfahrung befragen, die aber nie absolute Nothwendigkeit und strenge Allgemeinheit lehren kann.

Wäre die Möglichkeit der zusammengesetzten Bewegung a priori unmittelbar einleuchtend, mithin ein Postulat; so ließe sich der fünfte Lehrsatz, und daher auch der dritte und vierte als leichte Corollaria desselben, auf folgende Art auch unter der Voraussetzung, daß beyde einzelne Bewegungen des Körpers in ebendemselben Raum gedacht würden, sehr leicht demonstriren. Man setze nämlich (Fig. 3.) der Körper A bewege sich binnen einer Secunde mit der ersten Geschwindigkeit allein durch AC, und mit der andern zugleich durch

AB. Ist beydes zugleich möglich; so entfernt er sich vermöge der ersten von AB so weit, als der Punkt C von AB absteht, und vermöge der zweyten von AC so weit, als der Punkt B von AC absteht, folglich muß er sich am Ende in einem Punkte D befinden, der von AB eben so weit absteht, als der Punkt C, und von AC eben so weit als der Punkt B, mithin muß CD mit AB, und BD mit AC parallel seyn. Also muß der Körper A sich am Ende in der Ecke D des Parallelogramms ABDC befinden, mithin, da die Bewegungen durch AC und AB gleichförmig angenommen werden, sich durch die Diagonale AD bewegen.

Uebrigens ist von selbst klar, daß wenn die zusammengesetzte Bewegung erst für zwey einzelne Geschwindigkeiten bestimmt worden, sie sich auch für drey, vier und überhaupt für so viele, als man will, bestimmen läßt.

Dritter Abschnitt.

Von der Größe der Bewegung der Körper.

Erklärung 8.

§. 13. Die Menge der Materie, welche den festen Körper ausmacht, heißt seine Masse.

Zus. Also ist die Masse eines festen Körpers die Summe aller materiellen Theile, oder physischen Punkte, die sich mit ihm in parallelen Richtungen und mit einerley Geschwindigkeit mitbewegen (§. 4. Z. 2.), und wenn er in Ruhe ist, mit ihm mitruhen (§. 4. Z. 1.).

Lehrsatz 6.

§. 14. Wenn zwey Körper von gleichen Massen mit gleichen Geschwindigkeiten sich gleichförmig

bewegen; so ist die Größe der Bewegung in derselben Zeit in beyden einerley.

Beweis. Denn bey der Größe der Bewegung eines Körpers kommt nichts in Betrachtung, als die Menge der bewegten Materie, die Größe des durchlaufenen Raums, und die Länge der Zeit, in welcher dieses geschehen ist (§. 1. Z. 1.). Sind daher bey zwey bewegten Körpern diese drey Stücke einerley; so sind ihre Bewegungen von einerley Größe. Allein wenn zwey Körper gleiche Massen haben; so ist die Menge der Materie in ihnen einerley (§. 13), und bewegen sie sich beyde gleich geschwinde; so ist auch die Größe des in eben derselben Zeit von ihnen gleichförmig durchlaufenen Raums in beyden einerley (§. 7.). Also ist die Größe der Bewegung in einerley Zeit in beyden einerley.

Zus. 1. Wenn daher zwey Körper mit gleichen Geschwindigkeiten sich gleichförmig bewegen; so hat derjenige, der eine n mal größere Masse hat, auch eine n mal größere Bewegung. Denn wenn man die Masse des ersten in n gleiche Theile theilt; so ist in jedem dieser Theile eben so viel Bewegung als im zweyten Körper (Lehrs. 6.), folglich in allen n Theilen d. i. im ganzen Körper n mal mehr. Also verhalten sich in zwey gleichförmig bewegten Körpern von gleicher Geschwindigkeit die Größen der Bewegung, wie ihre Massen (Arithm. §. 119.) d. i. wenn man die Größen oder Quantitäten ihrer Bewegung Q, q, und ihre Massen M, m nennt; so ist, bey gleichen Geschwindigkeiten, $Q : q = M : m$.

Zus. 2. Wenn zwey Körper von gleichen Massen sich gleichförmig bewegen; so ist in dem n mal geschwindern die Bewegung n mal größer. Denn es ist eben so viel, als ob seine Bewegung aus n einzelnen bestünde, deren jede mit dem n ten Theil seiner Geschwindigkeit geschähe (§. 10.). Also verhalten sich bey gleichen Massen die Größen der Bewegung, wie ihre Geschwindigkeiten (Ar. §. 119), d. i. bey gleichen Massen ist $Q : q = C : c$.

Lehrsatz 7.

§. 15. Wenn zwey Körper sich gleichförmig bewegen; so sind die Größen ihrer Bewegung in einerley Zeit im zusammengesetzten Verhältnisse ihrer Massen und Geschwindigkeiten, d. i.

$$Q : q = \begin{pmatrix} M : m \\ C : c \end{pmatrix}.$$

Beweis. Denn man nehme einen dritten Körper, in welchem die Größe der Bewegung K ist, und der die Geschwindigkeit C des ersten, und die Masse m des zweyten hat; so ist

$Q : K = M : m$ (§. 14. Z. 1.)

und $K : q = C : c$ (§. 14. Z. 2.)

Also $Q : q = \begin{pmatrix} M : m \\ C : c \end{pmatrix}$ (Ar. §. 126. Z. 1.).

Zus. 1. Druckt man daher die Verhältnisse der Massen und der Geschwindigkeiten in Zahlen aus; so verhalten sich die Größen der Bewegung, wie die Producte aus den Massen in die Geschwindigkeiten, d. i. $Q : q = MC : mc$ (Ar. §. 127).

Zuſ. 2. Sind daher die Producte aus den Maſſen in die Geſchwindigkeiten gleich; ſo ſind auch die Bewegungen gleich, und wenn umgekehrt die letztern gleich ſind, ſo ſind auch die erſtern gleich, d. i. wenn $MC = mc$; ſo iſt $Q = q$, und wenn $Q = q$ iſt; ſo iſt $MC = mc$. (Z. 1.).

Zuſ. 3. Wenn daher die Maſſen zweyer Körper ſich umgekehrt wie ihre Geſchwindigkeiten verhalten; ſo ſind ihre Bewegungen gleich, und wenn dieſe gleich ſind; ſo verhalten ſich die Maſſen umgekehrt wie die Geſchwindigkeiten, d. i. wenn $M : m = c : C$ iſt; ſo iſt $Q = q$, und wenn $Q = q$ iſt; ſo iſt $M : m = c : C$ (Z. 2.).

Zuſ. 4. Wenn man im zweyten Körper die Größe der Bewegung q, der Maſſe m, und der Geſchwindigkeit c zur Einheit annimmt, ſo daß im erſten Körper die Größe der Bewegung Q mal, die Maſſe M mal, und die Geſchwindigkeit C mal größer iſt, als im zweyten, ſo iſt die Bewegung des erſten ſo viel mal größer, als das Product der Zahlen M, C beträgt, d. i. $Q = MC$ (Z. 2.).

Daher druckt man dieſen Satz kurz ſo aus: die Größe der Bewegung iſt dem Product aus der Maſſe in die Geſchwindigkeit gleich.

Zuſ. 5. Alſo bekommt man die Maſſe des Körpers, wenn man die Größe ſeiner Bewegung durch ſeine Geſchwindigkeit dividirt, und die Geſchwindigkeit bekommt man, wenn man die Größe der Bewegung durch die Maſſe dividirt (Z. 4.) d. i. $M = \frac{Q}{C}$, und $C = \frac{Q}{M}$.

Zuſ. 6. Da in der gleichförmigen Bewegung die Geſchwindigkeiten ſich wie die in einerley Zeit durchlaufenen Räume verhalten (§. 7. Z. 8.); ſo verhalten ſich die Größen zweyer gleichförmigen Bewegungen in einerley Zeit, wie die Producte aus den Maſſen in die durchlaufenen Räume (Z. 1), d. i. wenn zwey gleichförmige Bewegungen in einerley Zeit geſchehen; ſo iſt $Q : q = MS : ms$.

Zuſ. 7. Wenn daher die Producte aus den Maſſen in die in einerley Zeit durchlaufenen Räume gleich ſind; ſo ſind auch die Bewegungen gleich, und wenn letztere gleich ſind; ſo ſind auch die erſtern gleich (Z. 6.), d. i., wenn bey der Bewegung in einerley Zeit $MS = ms$; ſo iſt $Q = q$, und wenn $Q = q$ iſt; ſo iſt $MS = ms$.

Zuſ. 8. Wenn die Bewegungen in einerley Zeit gleich ſind; ſo verhalten ſich die Maſſen umgekehrt, wie die durchlaufenen Räume, und wenn letztere ſich ſo verhalten; ſo ſind die erſtern gleich (Z. 7.), d. i. wenn $Q = q$ iſt; ſo iſt $M : m = s : S$, und wenn $M : m = s : S$ iſt; ſo iſt $Q = q$.

Zuſ. 9. Wenn man für die Bewegung in einerley Zeit im zweyten Körper q, m, s zur Einheit annimmt, d. i. ſie $= 1$ ſetzt; ſo daß im erſten Körper die Größe der Bewegung Q mal, die Maſſe M mal, und der in einerley Zeit durchlaufene Raum S mal größer iſt, als im zweyten; ſo iſt die Bewegung des erſten ſo viel mal größer, als das Product der Zahlen MS beträgt (Z. 7.) d. i. $Q = MS$.

Zuſ. 10. Alſo iſt in dieſem Fall $M = \frac{Q}{S}$, und $= \frac{Q}{M}$ (Z. 9.)

Zuſ. 11. Da die Größe einer Kraft ſich bloß us ihrer hervorgebrachten Wirkung beſtimmen läßt, nd die Wirkung einer bewegenden Kraft nichts an- ers als Bewegung iſt; ſo läßt ſich die Größe zweyer ewegenden Kräfte nicht anders, als durch die Größe rer hervorgebrachten Bewegungen beſtimmen. lſo verhalten ſich die Größen zweyer bewegenden räfte, wie die Producte aus ihren Maſſen in die eſchwindigkeiten (Z. 1.), mithin nicht wie Leib- itz behauptete, der die Kräfte bey der wirklichen ewegung lebendige nannte, wie die Producte us den Maſſen in die Quadrate ihrer Ge- hwindigkeiten. Sein Verſehen beſtand bloß in der eberſehung des Umſtandes, daß beyde Bewegun- en in einerley Zeit geſchehen ſollen.

Anmerkung 1.

Die Größe oder Quantität der Bewegung iſt theils ne extenſive, theils eine intenſive. Denn ſo rn man bey einerley Geſchwindigkeit auf die Maſſe ſieht; wird die Bewegung bloß in ſo fern größer, in ſo rn man die Bewegung der größern Maſſe durch Wie- rholung der Bewegung der kleinern Maſſe erzeugt. lſo iſt die Quantität der Bewegung, ſo fern ſie von r Maſſe abhängt, eine extenſive. So fern ſie hinge- n von der Geſchwindigkeit abhängt, iſt ſie eine inten- ve, wie oben gezeigt worden. Alſo kann man von nem Körper, der, bey gleicher Geſchwindigkeit, eine reymal größere Maſſe hat, als ein anderer, eigentlich ur ſagen: in ihm iſt dreymal mehr Bewegung. on einem ſolchen hingegen, der, bey gleicher Maſſe,

sich dreymal geschwinder bewegt, muß man eigentlich sagen: seine Bewegung ist dreymal stärker, oder von einem dreymal höhern Grade.

Anmerkung 2.

Die drey ersten Abschnitte haben bloß die Qualität und Quantität der Bewegung eines Körpers überhaupt zum Gegenstande, ohne auf irgend eine Qualität oder Kraft des Beweglichen Rücksicht zu nehmen, und bestimmen daher die allgemeinen Principien für jede Bewegung eines Körpers, der von gegebener Qualität ist. Die Qualität der Bewegung besteht bloß in der Richtung, nach welcher sie geschieht, und wurde nach ihren drey Kategorien der Realität, Negation und Limitation bestimmt, nämlich in so fern sie nach einerley Richtung geschieht, als affirmativ oder real, in so fern sie nach direct entgegengesetzten Richtungen gedacht wird, als negativ, und in so fern sie nach indirect entgegengesetzten Richtungen möglich ist, als limitirt. In den beyden ersten wurde von der Ausdehnung des Körpers gänzlich abstrahirt, mithin letzterer bloß als ein beweglicher Punkt betrachtet, und zwar so, daß der erste Abschnitt den Begriff der einfachen Bewegung dieses Punktes construirte, der zweyte aber sich mit der Construction des Begriffs der zusammengesetzten Bewegung beschäftigte, und die Quantität derselben nach ihren drey Kategorien, nämlich der Einheit in den einzelnen Bewegungen des Punkts nach einer und eben derselben Richtung, der Mehrheit in seinen Bewegungen nach zwey directentgegengesetzten Richtungen, und der Allheit in seinen Bewegungen nach allen möglichen indirect entgegengesetzten und hiedurch zugleich nach allen möglichen Richtungen bestimmte. Der dritte Abschnitt aber betrachtet den Körper nach seinem vollständigen Begriff als ein aus Theilen außerhalb einander bestehendes ausgedehntes Ganzes, und bestimmt also die Quantität der Bewegung des ganzen vollständigen Körpers, ohne gleichwohl außer seiner Beweglichkeit, auf irgend eine andere Qualität desselben Rücksicht zu nehmen. Derjenige Theil der Mechanik, der, ohne Rücksicht auf irgend eine Qualität des Beweglichen, bloß die

Qualität und Quantität seiner Bewegung zum Object hat, heißt die Phoronomie, mithin besteht diese aus den drey ersten Abschnitten. Da nun ferner derjenige Theil der reinen Mathesis, der, ohne Rücksicht auf irgend eine Größe von gegebener Qualität, sich bloß mit Erzeugung der Quantität überhaupt beschäftigt, die allgemeine Größenlehre, derjenige hingegen, welcher Größen von gegebener Qualität zum Object hat, die besondere Größenlehre heißt; so ist die Phoronomie die eigentliche allgemeine Größenlehre der Mechanik, der ganze übrige Theil der Mechanik hingegen gehört schon zu ihrer besondern Größenlehre, mithin ist die Phoronomie die Grundlage der ganzen Mechanik, also auch der ganzen Naturwissenschaft und der auf dieser beruhenden Naturlehre oder Physik.

Diese ganze zweyte Anmerkung afficirt indessen den Mechaniker nicht als Mechaniker, sondern nur sofern er über die Mechanik philosophiren will.

Vierter Abschnitt.

Von den ursprünglichen bewegenden Kräften der Materie.

Erklärung 9.

§. 16. Die Materie erfüllt den Raum, wenn keine andere mit ihr zugleich darinn seyn kann. Ein Raum, der nicht von einer Materie erfüllt ist, heißt ein leerer Raum. Die Eigenschaft der Materie, daß mit ihr keine andere Materie zugleich in demselben Raum seyn kann, heißt ihre Undurchdringlichkeit.

Zus. Also muß jeder Theil der Materie als Materie seinen Raum erfüllen und undurchdringlich

ſeyn. Denn man nehme irgend einen materiellen Theil des Körpers an, und ſetze, daß andere materielle Theile mit ihm zugleich in ſeinem Raum ſeyn könnten; ſo könnten alle übrigen Theile des Körpers, da ſie als Materie beweglich ſind (§. 1.), nach und nach in ſeinen Raum fortrücken, folglich würde der ganze Körper endlich ſich bloß in dem Raum des angenommenen Theils befinden, und da dieſer als materiell gleichfals aus beweglichen Theilen beſteht; ſo könnten ſie gleichfals ſo lange in einander rücken, bis ſie ſich in einem bloßen Punkte des Raums vereinigten, mithin könnte auch die geſammte Materie des Körpers ſich in demſelben Punkte vereinigen, und da dieſes auf die nämliche Art von aller den Körper umgebenden Materie überhaupt möglich wäre; ſo könnte alle Materie zuletzt ſich ſo vereinigen, daß ſie einen bloßen Punkt des Raums einnähme. Da nun dieſes dem Begriff der Materie geradezu widerſpricht (§. 1. Z. 5.) mithin alle Materie im Raum gänzlich aufgehoben würde; ſo muß jeder Theil der Materie als Materie ſeinen Raum erfüllen, und undurchdringlich ſeyn.

Erklärung 10.

§. 17. Diejenige Kraft der Materie, welche das Eindringen der andern Materien in ihren Raum hindert, heißt Zurückſtoßungskraft. Diejenige Kraft der Materie, durch welche ſich ihre Theile von einander zu entfernen ſtreben, heißt eine expanſive, oder Ausdehnungskraft, imgleichen Elaſticität. Eine Kraft, die der Materie als Ma-

erie zukommt, d. i. eine ſolche, ohne welche keine Materie möglich iſt, heißt eine urſprüngliche Kraft der Materie.

Lehrſatz 8.

§. 18. Jeder Theil der Materie beſitzt eine urſprüngliche Ausdehnungskraft oder Elaſticität, und zwar von einem Grade, über den noch immer größere und kleinere Grade möglich ſind.

Beweis. Denn jeder Theil der Materie muß als Materie ſeinen Raum erfüllen (§. 16. Z.) d. i. es iſt unmöglich daß eine andere Materie in einen Raum dringen, und mit ihm zugleich darin ſeyn kann (§. 16.). Nun kann eine andere Materie aus ihrem Orte nach dem Orte der erſtern nicht anders kommen, als durch Bewegung (§. 1. Z. 2.). Soll alſo ihr Eindringen in den Raum des angenommenen Theils (welcher bey der Frage über die Möglichkeit des Eindringens in ſeinen Raum, wie ſich von ſelbſt verſteht, als in Ruhe bleibend betrachtet werden muß) unmöglich ſeyn; ſo muß ihre Bewegung, ſo bald ſie an die Oberfläche deſſelben kommt, ſogleich aufhören. Dieſe Veränderung aber muß eine Urſache haben, und dieſe kann, da hier nichts weiter als der angenommene materielle Theil allein in Betrachtung kommen ſoll, keine andere, als dieſer Theil ſelbſt ſeyn, alſo muß derſelbe die Urſache ſeyn, welche die Bewegung der Materie, ſobald ſie an ſeine Oberfläche kommt, aufhebt. Nun iſt die Aufhebung der Bewegung bloß durch eine ihr direct entgegengeſetzte gleiche Bewegung möglich

(§. 11.), folglich muß der angenommene materielle Theil durch Bewegung Urſache von der Aufhebung einer andern Bewegung ſeyn können, d. i. er muß eine bewegende Kraft beſitzen, und da dieſelbe das Eindringen in ſeinen Raum hindert; ſo iſt ſie eine Zurückſtoßungskraft (§. 17.). Soll ſie aber die anrückende Materie von der Oberfläche des materiellen Theils zurückſtoßen; ſo muß dieſer ſich ihr zu nähern, mithin von den übrigen Theilen des Körpers, zu welchen er gehört, zu entfernen ſtreben, alſo muß ſeine Zurückſtoßungskraft Ausdehnungskraft oder Elaſticität (§. 17), und da ſie, wie erwieſen worden, dem materiellen Theil als materiellen zukommen muß, eine urſprüngliche ſeyn (§. 17). Alſo muß jeder Theil der Materie eine urſprüngliche Ausdehnungskraft oder Elaſticität beſitzen.

Nun kann dieſe weder unendlich groß noch unendlich klein ſeyn, weil die Geſchwindigkeit, welche von ihr bewirkt würde, im erſten Fall in einer endlichen Zeit einen unendlich großen zu durchlaufenden Raum, und im zweyten in einer unendlich kleinen Zeit, d. i. im Augenblick einen endlichen Raum erfordern würde (§. 8. Z. 4.), beydes aber widerſprechend iſt. Alſo muß die urſprüngliche Ausdehnungskraft begränzt ſeyn, d. i. ſie muß einen Grad haben, über den noch immer größere und kleinere Grade möglich ſind.

Zuſ. 1. Alſo iſt es bloß die urſprüngliche Ausdehnungskraft der Materie, welche ihre Raumerfüllung

lung, Undurchdringlichkeit, mithin ihre Ausdehnung ſelbſt möglich macht (§. 16. Z. 1.).

Zuſ. 2. Da der leere Raum ein nicht erfüllter iſt (§. 16.); ſo iſt in ihm gar keine Materie, alſo iſt er kein Gegenſtand einer möglichen Wahrnehmung (§. 2. Z. 3.), d. i. keine Erfahrung kann lehren, daß es einen leeren Raum gebe.

Erklärung 11.

§. 19. Diejenige Kraft der Materie, welche andere Materien zu nöthigen ſtrebt, daß ſie ſich ihr nähern, heißt anziehende Kraft, Anziehungskraft, Attractionskraft.

Lehrſatz 9.

§. 20. Jeder Theil der Materie hat eine urſprüngliche Anziehungskraft.

Beweis. Denn jeder Theil der Materie hat eine urſprüngliche Kraft ſich auszudehnen (§. 18.) mithin ſeinen Raum zu erweitern. Nun läßt es ſich zwar denken, daß dieſe Ausdehnungskraft immer ſchwächer wird, je weiter ſich der Theil ausdehnt, d. i., je mehr ſich ſeine Theile von einander entfernen. Allein völlig aufhören kann ſie nie, weil (wie §. 18. im Beweiſe dargethan worden) der Grad einer jeden bewegenden Kraft, ſo klein er auch ſeyn mag, noch immer kleiner werden kann. Hätte alſo die Materie außer ihrer Ausdehnungskraft keine andere bewegende Kraft; ſo würden ſich alle Theile der Materie nach und nach dergeſtalt zerſtreuen, daß in keinem anzugebenden Raum weiter Materie be-

findlich, mithin keine Materie im Raum vorhanden seyn würde. Soll daher Materie im Raum möglich seyn; so müssen alle Theile der Materie außer der Ausdehnungskraft, die sie von einander zu entfernen strebt, noch eine Kraft haben, die ihr entgegen wirkt, mithin eine Kraft, einander zu nähern. Also muß jeder Theil der Materie als Materie eine Anziehungskraft haben (§. 19.), d. i. eine ursprüngliche (§. 17.).

Zus. 1. Also hat die Materie zwey ursprüngliche Kräfte, die nach entgegengesetzten Richtungen wirken, und auf deren Vereinigung allein die Möglichkeit der Materie beruht, nämlich Ausdehnungs- oder Zurückstoßungskraft und Anziehungskraft.

Zus. 2. Da die ursprüngliche Anziehungskraft der Materie als Materie zukommt; so wirkt die Anziehungskraft eines Körpers auf alle übrigen unaufhörlich, sie mögen in Ruhe oder in Bewegung seyn.

Zus. 3. Da die ursprüngliche Anziehungskraft der Materie als Materie zukommt; so muß n mal mehr Materie auch eine n mal größere Anziehungskraft besitzen. Also verhalten sich die ursprünglichen Anziehungskräfte zweyer Körper, wie ihre Massen (§. 13.).

Zus. 4. Eben so müssen sich daher auch die ursprünglichen Ausdehnungs- oder Zurückstoßungskräfte verhalten.

Erklärung 12.

§. 21. Die unmittelbare Wirkung einer Kraft der Materie auf eine andere Materie, in einer ge-

meinſchaftlichen Fläche beyder, heißt phyſiſche Berührung. Die unmittelbare Wirkung einer Kraft der Materie auf eine andere Materie ohne Berührung heißt eine Wirkung in die Ferne (actio in diſtans).

Zuſ. 1. Alſo wirkt die Ausdehnungs- oder Zurückſtoßungskraft bloß durch phyſiſche Berührung (§. 7.), die Anziehungskraft hingegen wirkt unmittelbar auch in die Ferne (§. 19.).

Zuſ. 2. Wenn daher ein Körper vermöge ſeiner urſprünglichen Anziehungskraft auf einen entfernten Körper wirkt; ſo kommt die Materie, die zwiſchen ihnen liegt, in keine Betrachtung, ſondern die Wirkung derſelben iſt einerley, der Raum zwiſchen ihnen mag erfüllt, oder leer ſeyn.

Anmerkung 1.

Der Verſtand ſträubt ſich anfänglich gegen den Begriff einer Wirkung in die Ferne, weil es unbegreiflich iſt, wie ein Körper in den andern ohne Berührung unmittelbar wirken könne. Allein man vergißt, daß es eben ſo unbegreiflich iſt, wie ein Körper auf den andern, der ihn berührt, wirken und ihn zurückſtoßen könne. Der ganze Unterſchied beſteht bloß darinn, daß die Anziehungskraft ſich nicht ſo unmittelbar unſern Sinnen zu erkennen giebt, als die Zurückſtoßungskraft, die ſich unſerm Gefühl darbietet, und uns zugleich die Größe und Figur des Körpers kennen lehrt. Ueberhaupt aber iſt es eine unmögliche Forderung, die Möglichkeit urſprünglicher Kräfte begreiflich zu machen. Denn eben darum, weil ſie als urſprüngliche ſich von keiner andern ableiten laſſen, können ſie gar nicht begriffen werden. Der ſcheinbarſte und daher gewöhnlichſte Einwurf wider die unmittelbare Wirkung in die Ferne iſt der: daß eine Materie da, wo ſie nicht iſt, doch nicht unmittelbar wirken könne. Allein man bedenkt nicht, daß auch die Zurückſtoßungskraft des

(§. 11.), folglich muß der angenommene materielle Theil durch Bewegung Urſache von der Aufhebung einer andern Bewegung ſeyn können, d. i. er muß eine bewegende Kraft beſitzen, und da dieſelbe das Eindringen in ſeinen Raum hindert; ſo iſt ſie eine Zurückſtoßungskraft (§. 17.). Soll ſie aber die anrückende Materie von der Oberfläche des materiellen Theils zurückſtoßen; ſo muß dieſer ſich ihr zu nähern, mithin von den übrigen Theilen des Körpers, zu welchen er gehört, zu entfernen ſtreben, alſo muß ſeine Zurückſtoßungskraft Ausdehnungskraft oder Elaſticität (§. 17), und da ſie, wie erwieſen worden, dem materiellen Theil als materiellen zukommen muß, eine urſprüngliche ſeyn (§. 17). Alſo muß jeder Theil der Materie eine urſprüngliche Ausdehnungskraft oder Elaſticität beſitzen.

Nun kann dieſe weder unendlich groß noch unendlich klein ſeyn, weil die Geſchwindigkeit, welche von ihr bewirkt würde, im erſten Fall in einer endlichen Zeit einen unendlich großen zu durchlaufenden Raum, und im zweyten in einer unendlich kleinen Zeit, d. i. im Augenblick einen endlichen Raum erfordern würde (§. 8. Z. 4.), beydes aber widerſprechend iſt. Alſo muß die urſprüngliche Ausdehnungskraft begränzt ſeyn, d. i. ſie muß einen Grad haben, über den noch immer größere und kleinere Grade möglich ſind.

Zuſ. 1. Alſo iſt es bloß die urſprüngliche Ausdehnungskraft der Materie, welche ihre Raumerfül-

lung

eine beſtimmte Menge der Materie in einem gegebenen Raum, die Größe ihrer Ausdehnung, und ihre Figur möglich.

Die Wiſſenſchaft von den Kräften der Materie heißt die Dynamik. Alſo enthält der gegenwärtige vierte Abſchnitt die ganze urſprüngliche Dynamik, und iſt daher die Grundlage für die Theorie aller übrigen abgeleiteten Kräfte.

Auch dieſe zweyte Anmerkung afficirt indeſſen ebenſo wenig, als die letzte Anmerkung über den dritten Abſchnitt, den Mechaniker als Mechaniker, ſondern iſt bloß für den, der über die Mechanik philoſophiren will.

Fünfter Abſchnitt.

Von den Grundgeſetzen der Bewegung.

Erklärung 13.

§. 22. Dasjenige an einem Gegenſtande, das bey allen Veränderungen deſſelben bleibend oder beharrlich iſt, heißt eine Subſtanz, und jede mögliche Beſtimmung ihrer verſchiedenen Art zu exiſtiren, heißt ein Accidenz von ihr.

Lehrſatz 10.

§. 23. Jeder Theil der Materie iſt eine Subſtanz, und jede Bewegung deſſelben ein bloßes Accidenz von ihm.

Beweis. Denn die Theile der Materie können ſich, vermöge ihrer urſprünglichen Ausdehnungskraft, alle ſucceſſiv von einander entfernen (§. 17. 18.), und ſind alſo, jeder für ſich ſelbſt, beweglich.

Nun iſt unſere Auffaſſung, oder Apprehenſion des Mannigfaltigen allemal nur ſucceſſiv, das letztere mag zugleich da ſeyn, oder aufeinander folgen. Alſo könnten wir durch dieſe allein niemals beſtimmen, ob die wahrgenommene Bewegung des materiellen Theils, d. i. die Succeſſion in ſeinem Uebergange von einem Orte in einen andern bloß ihren Grund in unſerer nicht anders als ſucceſſiv möglichen Auffaſſung habe, mithin bloß etwas ſey, was in uns vorgeht, mithin bloß etwas Subjectives iſt, oder dem materiellen Theil als Object beyzulegen ſey, wofern dieſer nicht immer da, d. i. etwas Bleibendes und beharrliches wäre, an welchem ſich die ſucceſſive Veränderung ſeines Orts, d. i. ſeine Bewegung allein wahrnehmen läßt, indem wir ſonſt gar nicht wiſſen könnten, ob der Theil, den wir am erſten Orte wahrnahmen, eben derſelbe iſt, den wir jetzt am zweyten auffaſſen, und ob er ſich alſo wirklich von ſeinem Orte bewegt habe. Alſo muß jeder Theil der Materie eine Subſtanz ſeyn, mithin kann ſeine Bewegung nichts anders als nur eine beſondere Art ſeiner Exiſtenz im Raum, d. i. ein Accidenz von ihm ſeyn.

Zuſ. Alſo iſt jeder phyſiſche Körper aus lauter materiellen Subſtanzen zuſammengeſetzt.

Erklärung 14.

§. 24. Die Materie heißt mathematiſch theilbar, ſo ferne ſich eine geometriſche Fläche als die gemeinſchaftliche Grenze zweyer Theile denken

läßt. Physisch theilbar aber heißt sie, wenn die gedachten Theile sich wirklich von einander entfernen d. i. trennen lassen.

Zus. 1. Da die Materie im Raum ausgedehnt ist (§. 1. Z. 4.); so wird sie durch jede geometrische Fläche, die den Raum in zwey Theile theilt, gleichfals getheilt, mithin ist sie in eben so viele Theile mathematisch theilbar, in so viele der Raum theilbar ist. Da nun dieser ins Unendliche theilbar ist (Geom. §. 11. Z. 5.); so ist auch die Materie mathematisch ins Unendliche theilbar. Nun aber sind die Theile des Raums alle unbeweglich (Geom. §. 9.) mithin lassen sie sich gar nicht von einander trennen. Also folgt daraus, daß sie mathematisch ins Unendliche theilbar ist, noch gar nicht, daß sie es auch physisch ist; sondern die mathematische Theilbarkeit der Materie ist eben so wie die Theilbarkeit des Raums eine bloße Theilbarkeit in Gedanken.

Zus. 2. Die Materie ist nicht bloß mathematisch, sondern auch physisch ins Unendliche theilbar. Denn jeder Theil der Materie ist eine, für sich selbst bewegliche Substanz (§. 23.), folglich sind alle Theile der Materie vermöge ihrer ursprünglichen Ausdehnungskraft, von einander trennbar (§. 17. 18.), mithin läßt sie sich in eben so viele Theile physisch theilen, in so viele sie mathematisch theilbar ist. Nun ist sie mathematisch ins Unendliche theilbar (Z. 1.), also ist sie es auch physisch.

Zus. 3. Also sind untheilbare, oder einfache Theile der Materie, mithin auch untheil-

Nun ist unsere Auffassung, oder Apprehension des Mannigfaltigen allemal nur successiv, das letztere mag zugleich da seyn, oder aufeinander folgen. Also könnten wir durch diese allein niemals bestimmen, ob die wahrgenommene Bewegung des materiellen Theils, d. i. die Succession in seinem Uebergange von einem Orte in einen andern bloß ihren Grund in unserer nicht anders als successiv möglichen Auffassung habe, mithin bloß etwas sey, was in uns vorgeht, mithin bloß etwas Subjectives ist, oder dem materiellen Theil als Object beyzulegen sey, wofern dieser nicht immer da, d. i. etwas Bleibendes und beharrliches wäre, an welchem sich die successive Veränderung seines Orts, d. i. seine Bewegung allein wahrnehmen läßt, indem wir sonst gar nicht wissen könnten, ob der Theil, den wir am ersten Orte wahrnahmen, eben derselbe ist, den wir jetzt am zweyten auffassen, und ob er sich also wirklich von seinem Orte bewegt habe. Also muß jeder Theil der Materie eine Substanz seyn, mithin kann seine Bewegung nichts anders als nur eine besondere Art seiner Existenz im Raum, d. i. ein Accidenz von ihm seyn.

Zus. Also ist jeder physische Körper aus lauter materiellen Substanzen zusammengesetzt.

Erklärung 14.

§. 24. Die Materie heißt mathematisch theilbar, so ferne sich eine geometrische Fläche als die gemeinschaftliche Grenze zweyer Theile denken

denselben verändert, d. i. jeder Körper, der in Ruhe ist, bleibt in Ruhe, wofern ihn nicht eine äußerliche Ursache in Bewegung setzt, und jeder Körper, der einmal in Bewegung ist, setzt seine Bewegung in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit fort, wofern nicht eine äußerliche Ursache seine Bewegung aufhebt, oder ihre Richtung und Geschwindigkeit abändert.

Beweis. Denn jede Veränderung hat eine Ursache. Bey der Veränderung des Zustandes der Materie aber kann diese Ursache nicht in ihr selbst befindlich seyn. Denn da die Materie bloß ein Gegenstand der äußern Wahrnehmung ist (§. 1. Z. 5.); so hat sie keine andere als äußere Bestimmungen, d. i. solche, die sich bloß auf ihre äußern Verhältnisse im Raum beziehen (§. 2. Z. 3.), mithin hat sie kein innerliches Vermögen, sich zur Veränderung ihres Zustandes selbst zu bestimmen. Also muß jeder Körper in seinem Zustande beharren, wofern nicht eine äußerliche Ursache denselben verändert.

Da nun so wohl der Uebergang aus der Ruhe in die Bewegung, als der aus der Bewegung in die Ruhe, imgleichen in eine andere Richtung und Geschwindigkeit eine Veränderung ist, so muß jeder Körper, der in Ruhe ist, in Ruhe bleiben, und jeder, der in Bewegung ist, in derselben nach eben der Richtung und mit eben der Geschwindigkeit immerfort bleiben, wofern nicht eine äußere Ursache eine Abänderung macht.

Anmerkung.

Man kann dieses Gesetz der Bewegung den Satz der Beharrlichkeit nennen, und er sagt im Grunde nichts anders als dieses: die Materie, als Materie ist todt d. i. sie hat kein inneres Vermögen, sich selbst zur Veränderung ihres Zustandes zu bestimmen. Es könnte zwar der Verdacht entstehen, als ob dieses den obigen Sätzen widerspräche, nach welchen die Materie zwey ursprüngliche Kräfte nämlich Zurückstoßungs- und Anziehungskraft besitzt. Allein kein Theil der Materie stößt sich selbst weg, sondern nur die übrigen, und eben so zieht auch keine Materie sich selbst, sondern nur die übrigen an. Uebrigens bestätigt sich dieses Gesetz schon durch die gemeinsten Erfahrungen z. B. wenn man im schnellen Laufen einen kleinen Stein in die Höhe wirft; so kann man ihn, ungeachtet des fortgesetzten Laufs, doch wieder auffangen ꝛc.

Da jeder Körper für sich in seinem Zustande beharret; so schrieb man vormals der Materie eine positive Neigung oder ein Bestreben zu, sich in ihrem Zustande zu erhalten, und nannte dasselbe die Trägheit der Materie (inertiam). Hieraus floß also, daß jeder Körper schon durch seine bloße Trägheit demjenigen, der ihn bewegen wollte, widerstände, und daß also der letztere einen Theil seiner Bewegung, oder bey gleichen Maßen seine ganze Bewegung bloß dazu anwenden müßte, die Trägheit des erstern zu überwinden. Da nun jeder Widerstand eine Kraft voraussetzt; so belegte der unsterbliche Kepler diese so genannte Trägheit der Materie endlich in der That mit dem Namen der Trägheitskraft (vis inertiae). Allein da die Materie für sich bloß darum in ihrem Zustande bleibt, weil sie todt ist, so folgt von selbst, daß wenn man sie träge nennt, dieses kein positives Bestreben ihren Zustand zu erhalten, bedeuten könne, und daß also eine Trägheitskraft der Materie ein Unding ist. Nur lebende Wesen nennt man in dieser letzten Bedeutung träge, weil diese eine Vorstellung von einem andern Zustande haben, aber weil sie ihn verabscheuen, ihre Kraft dagegen anstrengen, um sich in dem Zustande der Ruhe, in welchem sie sind, zu erhalten. Uebrigens läßt schon ohnehin sichs eben nicht wohl begreifen, wie eine Kraft, die nach Ruhe strebt, zugleich eine Kraft

und Neigung seyn könne, wenn sie einmal in Bewegung und Thätigkeit ist, sich immerfort in Bewegung und Thätigkeit zu erhalten.

Erklärung 15.

§. 27. Wenn ein Körper einen andern in Bewegung setzt, oder seine Bewegung verändert, so sagt man: er theilt ihm seine Bewegung mit. Geschieht dieses so, daß der erste den zweyten von sich entfernt, oder zu entfernen strebt; so sagt man: er stößt ihn. Geschieht es aber so, daß er die physische Berührung mit dem andern zu erhalten strebt; so sagt man: er schiebt ihn. Geschieht es endlich so, daß er den zweyten entweder unmittelbar durch die ursprüngliche Anziehungskraft, oder mittelbar z. B. durch ein Seil, zur Annäherung zu nöthigen strebt; so sagt man: er zieht ihn. Wenn dadurch, daß ein Körper auf einen andern wirkt, dieser auch auf ihn wirkt; so nennt man die Wirkung des andern Gegenwirkung (reactio), und die gegenseitige Wirkung beyder auf einander heißt Wechselwirkung.

Zus. 1. Soll daher die Ruhe der Körper, und ihre Bewegung nicht unverändert immer dieselbe bleiben; so muß jeder Körper vermögend seyn, andern seine Bewegung mitzutheilen (§. 26.).

Zus. 2. Jede Wirkung eines Körpers erfordert Gegenwirkung.

Denn seine Wirkung ist entweder Stoß, oder Schieben, oder Ziehen. Stößt oder schiebt ein Körper den andern; so sucht er in den Raum des an-

Anmerkung.

Man kann dieses Gesetz der Bewegung den Satz der Beharrlichkeit nennen, und er sagt im Grunde nichts anders als dieses: die Materie, als Materie ist todt d. i. sie hat kein inneres Vermögen, sich selbst zur Veränderung ihres Zustandes zu bestimmen. Es könnte zwar der Verdacht entstehen, als ob dieses den obigen Sätzen widerspräche, nach welchen die Materie zwey ursprüngliche Kräfte nämlich Zurückstoßungs- und Anziehungskraft besitzt. Allein kein Theil der Materie stößt sich selbst weg, sondern nur die übrigen, und eben so zieht auch keine Materie sich selbst, sondern nur die übrigen an. Uebrigens bestätigt sich dieses Gesetz schon durch die gemeinsten Erfahrungen z. B. wenn man im schnellen Laufen einen kleinen Stein in die Höhe wirft; so kann man ihn, ungeachtet des fortgesetzten Laufs, doch wieder auffangen ꝛc.

Da jeder Körper für sich in seinem Zustande beharret; so schrieb man vormals der Materie eine positive Neigung oder ein Bestreben zu, sich in ihrem Zustande zu erhalten, und nannte dasselbe die Trägheit der Materie (inertiam). Hieraus floß also, daß jeder Körper schon durch seine bloße Trägheit demjenigen, der ihn bewegen wollte, widerstände, und daß also der letztere einen Theil seiner Bewegung, oder bey gleichen Maßen seine ganze Bewegung bloß dazu anwenden müßte, die Trägheit des erstern zu überwinden. Da nun jeder Widerstand eine Kraft voraussetzt; so belegte der unsterbliche Kepler diese so genannte Trägheit der Materie endlich in der That mit dem Namen der Trägheitskraft (vis inertiae). Allein da die Materie für sich bloß darum in ihrem Zustande bleibt, weil sie todt ist, so folgt von selbst, daß wenn man sie träge nennt, dieses kein positives Bestreben ihren Zustand zu erhalten, bedeuten könne, und daß also eine Trägheitskraft der Materie ein Unding ist. Nur lebende Wesen nennt man in dieser letzten Bedeutung träge, weil diese eine Vorstellung von einem andern Zustande haben, aber weil sie ihn verabscheuen, ihre Kraft dagegen anstrengen, um sich in dem Zustande der Ruhe, in welchem sie sind, zu erhalten. Uebrigens läßt schon ohnehin sichs eben nicht wohl begreifen, wie eine Kraft, die nach Ruhe strebt, zugleich eine Kraft

ıd des Körpers B = mc (§. 15.). Nun nehme an an, daß der Körper A, nach überwundener Gemwirkung des Körpers B, sich mit der Geschwingkeit K, und B mit der Geschwindigkeit c + k rtbewege; so ist jetzt die Bewegung des Körpers = mc + mk (§. 15.), also ist die neue Bewegung, die der Körper A im Körper B bewirkt hat, = mk. Nun läßt sich die Größe der Action bloß rch die Größe ihres Effects bestimmen, also ist e auf den Körper B verwandte Action des Körrs A = mk. Nun ist ferner nach aufgehobener egenwirkung des Körpers B die Bewegung des örpers A = MK (§. 15.), folglich ist der ganze ffect, den die Bewegung MC des Körpers A bewirkt hat, = MK + mk, mithin ist MK + mk = MC, folglich MK = MC — mk, also ist die ewegung MC des Körpers A durch die Reaction s Körpers B und das Product mk vermindert rden, mithin ist die Reaction des Körpers B ebenls = mk. Also sind Action und Reaction gleich oß.

Man setze zweytens, sowohl vor als nach r Reaction bewege sich der Körper A nach der ichtung AF, der Körper B aber nach der entgegensetzten BA, (welches in dem Fall statt findet, wenn yde bewegte Körper sich zugleich gegenseitig anzien); so wird hier die Bewegung des Körpers B gativ, mithin vor der Reaction = mc, und nach ıfhebung derselben = — (mc + mk), mithin : auf den Körper B verwandte Action des Kör:s A = — mk, die ganze durch seine Bewe-

dern zu dringen, folglich muß dieser, vermöge seiner ursprünglichen Zurückstoßungskraft ihn zurückstoßen (§. 18.). Zieht er ihn aber, vermöge seiner ursprünglichen Anziehungskraft unmittelbar an; so zieht dieser vermöge eben derselben ihn gleichfals an (§. 20). Zieht er endlich den andern mittelbar; so strebt er die Theile desselben von einander zu entfernen, diese aber streben, vermöge ihrer ursprünglichen Anziehungskraft einander zu nähern (§. 20.), mithin wirkt auch hier der andere Körper dem ersten entgegen. Also ist keine Wirkung eines Körpers auf den andern ohne Gegenwirkung des andern möglich.

Zus. 9. Also befinden sich alle Körper mit einander in Wechselwirkung (Z. 1.).

Anmerkung.

Es könnte scheinen, als ob im Beweise des zweyten Zusatzes das Drehen fehlte. Allein dieses ist nichts anders als ein Stoßen oder Schieben in einem Kreise.

Lehrsatz 13.

Drittes Grundgesetz der Bewegung.

§. 28. In der Mittheilung der Bewegung sind Wirkung und Gegenwirkung (actio et reactio) jederzeit gleich groß.

Beweis. Denn man setze (Fig. 6.) ein Körper A, der sich mit der Masse M und Geschwindigkeit C nach der Richtung AF bewegt, wirke in einen andern B, der sich mit der Masse m und Geschwindigkeit c nach eben der Richtung BF bewegt; so ist die Größe der Bewegung des Körpers A = MC,

Anmerkung.

Der fünfte Abschnitt, von den drey Grundgesetzen der Bewegung, welche nebst allen übrigen Bewegungsgesetzen, die sich aus ihnen herleiten lassen, die Mechanik im strengsten Sinne ausmachen, betrachtet die Relation der Materie nach den drey Kategorien: Substanz und Accidenz, Ursache und Wirkung, Gemeinschaft oder Wechselwirkung. Nach dem ersten Grundgesetze der Bewegung ist die Materie die Substanz, und alle ihre Bestimmungen bloße Accidenzien derselben. Nach dem zweyten ist jede Veränderung der Materie die Wirkung einer äußerlichen Ursache, und nach dem dritten stehen alle Materien durch Wechselwirkung mit einander in Gemeinschaft. Eben so bestimmt dieser Abschnitt auch die Bewegung in Ansehung ihrer Relation als ein Accidenz der Materie, als Wirkung einer Ursache, und als gemeinschaftlicher Erfolg einer Wechselwirkung.

Diese Anmerkung afficirt indessen, so wenig als die letzten zum dritten und vierten Abschnitt den Mechaniker als Mechaniker, sondern ist gleichfals bloß für den, der über die Mechanik philosophiren will.

Sechster Abschnitt.

Vom Stoß der Körper.

Erklärung 16.

§. 29. Ein Körper heißt in relativer Bedeutung hart, wenn er sich nicht merklich zusammendrücken, oder überhaupt seine Figur nicht merklich verändern läßt, z. B. Steine, Glas, Edelsteine ꝛc. Absolut oder vollkommen hart würde der heißen, der seine Figur gar nicht ändern ließe. Ein

gung MC bewirkte Bewegung aber ist hier MK —mk, folglich MK — mk = MC, folglich MK = MC + mk, mithin ist hier die Bewegung MC des Körpers A durch die Reaction des Körpers B vergrößert, also ist diese = + mk, d. i. der Körper B, welchen der Körper A nach der Richtung BA bewegte, hat diesem mit gleicher Action nach der Richtung AB entgegenwirkt, wodurch also seine Geschwindigkeit um mk vergrößert worden. Also ist auch in diesem Fall Action und Reaction gleich groß.

Ist drittens der Körper B anfangs in Ruhe; so bleibt der Beweis ganz derselbe, denn in diesem Falle wird c = o, und hierdurch der Beweis in den beyden ersten Fällen bloß etwas weniges kürzer.

Zus. 1. Also kann kein Körper, so groß auch seine Kraft seyn mag, auf einen andern stärker wirken, als dieser entgegen zu wirken im Stande ist.

Zus. 2. Sowohl die Größe der Bewegung, die der eine Körper von dem andern empfängt, als auch diejenige, die der andere dadurch verliert, ist jederzeit der Größe der Reaction gleich.

Zus. 3. Da jede Action eine gleiche Reaction erfordert; so bleibt in der Körperwelt die Summe der Activität oder Thätigkeit im Ganzen immerfort dieselbe.

Zus. 4. Da durch jede Action eine ihr gleiche Bewegung bewirkt wird; so bleibt in der Körperwelt auch die Quantität der Bewegung im Ganzen immerfort dieselbe.

Anmerkung.

Der fünfte Abschnitt, von den drey Grundgesetzen der Bewegung, welche nebst allen übrigen Bewegungsgesetzen, die sich aus ihnen herleiten lassen, die Mechanik im strengsten Sinne ausmachen, betrachtet die Relation der Materie nach den drey Kategorien: Substanz und Accidenz, Ursache und Wirkung, Gemeinschaft oder Wechselwirkung. Nach dem ersten Grundgesetze der Bewegung ist die Materie die Substanz, und alle ihre Bestimmungen bloße Accidenzien derselben. Nach dem zweyten ist jede Veränderung der Materie die Wirkung einer äußerlichen Ursache, und nach dem dritten stehen alle Materien durch Wechselwirkung mit einander in Gemeinschaft. Eben so bestimmt dieser Abschnitt auch die Bewegung in Ansehung ihrer Relation als ein Accidenz der Materie, als Wirkung einer Ursache, und als gemeinschaftlicher Erfolg einer Wechselwirkung.

Diese Anmerkung afficirt indessen, so wenig als die letzten zum dritten und vierten Abschnitt den Mechaniker als Mechaniker, sondern ist gleichfals bloß für den, der über die Mechanik philosophiren will.

Sechster Abschnitt.

Vom Stoß der Körper.

Erklärung 16.

§. 29. Ein Körper heißt in relativer Bedeutung hart, wenn er sich nicht merklich zusammendrücken, oder überhaupt seine Figur nicht merklich verändern läßt, z. B. Steine, Glas, Edelsteine ꝛc. Absolut oder vollkommen hart würde der heißen, der seine Figur gar nicht ändern ließe. Ein

Körper heißt weich, wenn er sich leicht zusammendrücken, oder seine Figur ändern läßt, und so, wie sie verändert worden, zugleich beybehält. Vollkommen weich würde er heißen, wenn dieses schon durch die kleinste nicht mehr angebliche Kraft möglich wäre. Ein Körper heißt im engsten Sinne elastisch, oder er besitzt eine Springkraft, Federkraft, wenn er zwar die Veränderung seiner Figur zuläßt, aber so bald die wirkende Kraft aufhört, seine vorige Figur sogleich wieder herzustellen strebt, und vollkommen elastisch, wenn er jedesmal seine vorige Figur von selbst wieder vollkommen herstellt, so bald die Ursache ihrer Veränderung zu wirken aufhört. Unelastisch heißt ein Körper, wenn er seine veränderte Figur gar nicht von selbst wieder herstellt.

Zus. Also ist ein vollkommen harter Körper unelastisch, mithin kann ein elastischer nur eine relative Härte haben.

Anmerkung.

Ob es vollkommen harte, imgleichen vollkommen elastische oder unelastische Körper gebe, läßt sich weder a priori, noch durch Erfahrung beweisen, aber auch auf beyden Wegen eben so wenig widerlegen, mithin ist der Begriff einer vollkommenen Härte, Elasticität und Unelasticität bloß problematisch, und daher eine bloße Idee, die aber zur Beurtheilung des Stoßes der Körper unentbehrlich ist. Vollkommen weiche Körper sind unmöglich, weil sonst eine unendlich kleinere Kraft eine endliche Wirkung hervorbringen müßte, welches widersprechend ist.

Lehrsatz 14.

§. 30. Wenn zwey unelastische d. i. entweder vollkommen harte oder weiche Körper A, B sich in derselben geraden Linie nach einerley Richtung bewegen, und der geschwindere A von einer größern Bewegungskraft den andern B einholt und auf ihn stößt, so bekommt man die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, mit welcher sich nach dem Stoße beyde in derselben Richtung fortbewegen, wenn man die Summe der Quantitäten ihrer Bewegungen durch die Summe ihrer Massen dividirt, d. i. wenn der Körper A sich mit der Masse M und der Geschwindigkeit C, der Körper B aber mit der Masse m und der Geschwindigkeit c bewegt, und MC > mc ist; so ist die Geschwindigkeit beyder nach dem Stoße $= \frac{MC + mc}{M + m}$.

Beweis. Denn wenn die Kraft des Körpers A größer ist, als die Kraft des Körpers B; so ist beym Stoße die entgegengesetzte Reaction des Körpers B kleiner, als die Bewegung des Körpers A (§. 10.), folglich bewegt sich A nach dem Stoß in eben der Richtung fort, und schiebt daher den Körper B, nachdem seine Gegenwirkung aufgehoben worden, wegen seiner Undurchdringlichkeit mit gleicher Geschwindigkeit vor sich her. Nun sind beyde Körper unelastisch (p. hyp.), folglich ist weder die Wirkung des einen noch des andern durch die Elasticität vergrößert worden, sondern der ganze

Körper heißt weich, wenn er sich leicht zusammendrücken, oder seine Figur ändern läßt, und so, wie sie verändert worden, zugleich beybehält. Vollkommen weich würde er heißen, wenn dieses schon durch die kleinste nicht mehr angebliche Kraft möglich wäre. Ein Körper heißt im engsten Sinne elastisch, oder er besitzt eine Springkraft, Federkraft, wenn er zwar die Veränderung seiner Figur zuläßt, aber so bald die wirkende Kraft aufhört, seine vorige Figur sogleich wieder herzustellen strebt, und vollkommen elastisch, wenn er jedesmal seine vorige Figur von selbst wieder vollkommen herstellt, so bald die Ursache ihrer Veränderung zu wirken aufhört. Unelastisch heißt ein Körper, wenn er seine veränderte Figur gar nicht von selbst wieder herstellt.

Zus. Also ist ein vollkommen harter Körper unelastisch, mithin kann ein elastischer nur eine relative Härte haben.

Anmerkung.

Ob es vollkommen harte, imgleichen vollkommen elastische oder unelastische Körper gebe, läßt sich weder a priori, noch durch Erfahrung beweisen, aber auch auf beyden Wegen eben so wenig widerlegen, mithin ist der Begriff einer vollkommenen Härte, Elasticität und Unelasticität bloß problematisch, und daher eine bloße Idee, die aber zur Beurtheilung des Stoßes der Körper unentbehrlich ist. Vollkommen weiche Körper sind unmöglich, weil sonst eine unendlich kleinere Kraft eine endliche Wirkung hervorbringen müßte, welches widersprechend ist.

Lehrsatz 14.

§. 30. Wenn zwey unelastische d. i. entweder vollkommen harte oder weiche Körper A, B sich in derselben geraden Linie nach einerley Richtung bewegen, und der geschwindere A von einer größern Bewegungskraft den andern B einholt und auf ihn stößt, so bekommt man die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, mit welcher sich nach dem Stoße beyde in derselben Richtung fortbewegen, wenn man die Summe der Quantitäten ihrer Bewegungen durch die Summe ihrer Massen dividirt, d. i. wenn der Körper A sich mit der Masse M und der Geschwindigkeit C, der Körper B aber mit der Masse m und der Geschwindigkeit c bewegt, und MC > mc ist; so ist die Geschwindigkeit beyder nach dem Stoße $= \frac{MC + mc}{M + m}$.

Beweis. Denn wenn die Kraft des Körpers A größer ist, als die Kraft des Körpers B; so ist beym Stoße die entgegengesetzte Reaction des Körpers B kleiner, als die Bewegung des Körpers A (§. 10.), folglich bewegt sich A nach dem Stoß in eben der Richtung fort, und schiebt daher den Körper B, nachdem seine Gegenwirkung aufgehoben worden, wegen seiner Undurchdringlichkeit mit gleicher Geschwindigkeit vor sich her. Nun sind beyde Körper unelastisch (p. hyp.), folglich ist weder die Wirkung des einen noch des andern durch die Elasticität vergrößert worden, sondern der ganze

Effect der Bewegung beyder ist bloß die Größe ihrer gemeinschaftlichen Bewegung nach dem Stoße, diese aber ist so groß, als die Summe beyder Bewegungen vor dem Stoße, mithin $= MC + mc$ (§. 15. Z. 2, 4.). Nun setze man ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoß $= K$; so ist die Größe ihrer gemeinschaftlichen Bewegung nach dem Stoß zusammen $= MK + mK = (M + m)K$, folglich $(M + m)\,K = MC + mc$, also $K = \frac{MC + mc}{M + m}$.

Z. B. wenn $M = 12$, $C = 6$, $m = 8$, $c = 3$ ist; so ist nach dem Stoß die gemeinschaftliche Geschwindigkeit $= \frac{72 + 24}{20} = 4\frac{4}{5}$.

Zus. 1. Bewegen die beyden Körper sich nach entgegengesetzten Richtungen; so bekommt man ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße, wenn man die Differenz ihrer Bewegungen durch die Summe ihrer Massen dividirt. Denn in diesem Fall wird die Bewegung mc des Körpers negativ, also $K = \frac{MC - mc}{M + m}$.

Z. B. im vorigen Exempel ist hier $K = \frac{72 - 24}{20} = 2\frac{2}{5}$.

Zus. 2. Wenn daher zwey unelastische Körper, deren Massen sich umgekehrt, wie ihre Geschwindigkeiten verhalten, gegen einander laufen; so kommen

e durch den Stoß beyde in Ruhe. Denn wenn
1 : m = c : C ist; so ist MC = mc, also K = o
Z. 1.).

Zus. 3. Wenn der Körper B, auf welchen der
ärkere A stößt, in Ruhe ist; so bekommt man die
emeinschaftliche Geschwindigkeit, mit welcher nach
em Stoße der stärkere Körper den schwächern fort-
hiebt, wenn man die Quantität der Bewegung des
rstern durch die Summe der Massen beyder divi-
irt. Denn hier wird c = o, also K = $\frac{MC}{M+m}$ (
Lehrs. 14.).

Z. B. wenn M = 12, C = 6, m = 8; so
st K = $\frac{72}{20} = 3\frac{3}{5}$.

Zus. 4. Stößt daher ein Körper auf einen ru-
enden von gleicher Masse; so bewegen nach dem
Stoße sich beyde halb so geschwinde, als der be-
egte vor dem Stoße. Denn wenn M = m ist;
o ist K = $\frac{MC}{2M} = \frac{1}{2}C$ (Z. 3.).

Lehrsatz 15.

§. 31. Wenn zwey vollkommen elastische Kör-
er A, B sich in derselben geraden Linie nach einer-
ey Richtung bewegen, und der geschwindere stärkere
A den andern B einholt, und auf ihn stößt; so be-
ommt man die Geschwindigkeit nach dem Stoß für
en Körper A, wenn man die doppelte Summe der

Bewegungen beyder durch die Summe ihrer Massen dividirt, und vom Quotienten die Geschwindigkeit des Körpers A abzieht. Die Geschwindigkeit des Körpers B aber bekommt man, wenn man von gedachtem Quotienten die Geschwindigkeit des Körpers B abzieht, d. i. die Geschwindigkeit des Körpers A ist $= \frac{2(MC+mc)}{M+m} - C$, und die Geschwindigkeit des Körpers B $= \frac{2(MC+mc)}{M+m} - c$.

Beweis. Denn wären beyde Körper unelastisch; so bewegte sich jeder von ihnen nach dem Stoße mit einerley Geschwindigkeit K (§. 22.) folglich wäre die Bewegung des Körpers A, die vor dem Stoße $= MC$ war, nach dem Stoße $= MK$, mithin der Verlust, den sie durch die Reaction des Körpers B erlitten $= MC - MK$. Allein da er den Körper B zusammendrückt, dieser aber seine Figur wieder herzustellen strebt (§. 21.); so stößt er ihn aufs neue mit gleicher Kraft zurück, mithin ist der neue Verlust, den die Bewegung MK des Körpers A durch diese zweyte Reaction leidet, wieder eben so groß, als der vorige, nämlich $= MC - MK$. Zieht man also diesen von der Bewegung MK ab; so ist die Bewegung des Körpers A nach dem Stoß $= MK - (MC - MK) = M(2K - C)$, mithin seine Geschwindigkeit $= 2K - C$. Nun ist $K = \frac{MC + mc}{M + m}$ (§. 22.). Also ist die Geschwin-

digkeit des Körpers A nach dem Stoß $= \frac{2\,(MC + mc)}{M + m} - C$.

Mit derselben Kraft aber, mit welcher A den Körper B durch den Stoß zusammendrückte, drückt auch dieser den Körper A zurück, folglich wirkt dieser, indem er seine vorige Figur wiederherstellt, auf den Körper B eben so stark zurück, und vermehrt also hiedurch seine Bewegung mK um eben so viel, als seine simple Reaction, ohne Rücksicht auf die Elasticität betrug. Diese aber betrug gerade so viel, als der Gewinst von Bewegung, den er dadurch bekommen hatte (§. 15.). Nun war seine Bewegung nach dem Stoß $= mK$, vor dem Stoß aber nur $= mc$, folglich der Gewinst $= mK - mc$, mithin ist seine wahre Bewegung nach dem Stoß $= mK + mK - mc = m\,(2K - c)$, also seine Geschwindigkeit $= 2K - c$.

Nun ist $K = \frac{MC + mc}{M + m}$ (§. 22.). Also ist die Geschwindigkeit des Körpers B nach dem Stoße $= \frac{2\,(MC + mc)}{M + m} - c$.

Z. B. wenn $M = 8$, $C = 6$, $m = 4$, $c = 3$; so ist die Geschwindigkeit des Körpers $A = \frac{2\,(48 + 12)}{12} - 6 = 4$, und des Körpers $B = 7$.

Setzt man $M = 2$, $C = 16$, $m = 3$, $c = 1$; so ist die Geschwindigkeit des Körpers $A = \frac{2\,(32 + 3)}{5} - 16 = -2$, und des Körpers

B = 13. Da also die Geschwindigkeit des Körpers A hier negativ wird; so läuft er mit der Geschwindigkeit = 2 zurück, B aber mit der = 13 fort.

Zus. 1. Wenn zwey elastische Körper A, B einander entgegen kommen; so ist nach dem Stoß die Geschwindigkeit für $A = \frac{2(MC - mc)}{M + m} - C$, und für $B = \frac{2(MC - mc)}{M + m} + c$. Denn hier wird mc negativ.

Zus. 2. Wenn daher zwey elastische Körper, deren Massen sich umgekehrt wie ihre Geschwindigkeiten verhalten, einander entgegen laufen; so läuft nach dem Stoß jeder mit seiner vorigen Geschwindigkeit zurück. Denn hier wird MC = mc, folglich MC — mc = o, also ist die Geschwindigkeit für A = — C, und für B = + c (Z. 1.).

Zus. 3. Stößt der elastische Körper A auf einen andern elastischen B, der in Ruhe ist; so ist nach dem Stoß die Geschwindigkeit für $A = \frac{2MC}{M+m} - C$, und für $B = \frac{2MC}{M+m}$. Denn hier wird mc = o.

Zus. 4. Stößt daher ein elastischer Körper A auf einen andern elastischen B von gleicher Masse, der in Ruhe ist; so theilt er ihm seine ganze Geschwindigkeit mit, er selbst aber kommt in Ruhe. Denn da hier M + m = 2 M; so ist nach dem

Stoß die Geschwindigkeit für $A = C - c = o$, nd für $B = C$ (Z. 3.).

Wenn man daher z. B. eine Menge gleichgro- er elfenbeinerner Kugeln in gerader Linie dicht an lnander reiht, und nun eine gleich große in derfel- en Linie auf sie laufen läßt; so bleibt diese mit al- n übrigen in Ruhe, und nur die letzte springt in emselben Augenblick von ihnen mit derselben Ge- hwindigkeit ab. Ist die stoßende Kugel 2 mal so roß; so springen die zwey letzten ab. Ist jene reymal so groß; so springen die drey letzten ab, . s. w.

Zus. 5. Hat dagegen die ruhende Kugel B ehr Masse, als die stoßende A; so läuft A zurück, nd B bewegt sich langsamer, als A vor dem Stoße.)enn wenn $m > M$; so ist $M + m > 2M$, folg- ch $\frac{2M}{M+m} < C$, also ist hier die Geschwindigkeit r A negativ, und die für B kleiner als O Z. 3.).

Zus. 6. Ist endlich die Masse des ruhenden örpers B so groß, daß die Masse des stoßenden gegen sie in keine Betrachtung kommt; so läuft r Körper A nach dem Stoß mit eben der Ge-)windigkeit zurück, mit welcher er auf den Körper anlief. Denn wenn $M = o$ ist; so ist die Ge-)windigkeit für $A = -C$, und für $B = o$ Z. 3.)

Anmerkung.

Da aber auch die kleinste Masse gegen die größeste, die sich angeben läßt, in vollkommener Schärfe nie = o seyn kann; so ist hieraus klar, daß jeder elastische Körper, so groß auch seine Masse seyn mag, durch den kleinsten auf ihn stoßenden, den man annehmen mag, doch wirklich bewegt wird, wenn gleich diese Bewegung so klein ist, daß sie gar nicht bemerkt werden kann. Also ist der kleinste Körper wirklich im Stande, auch den größesten zu bewegen.

Erklärung 17.

§. 32. Wenn (Fig. 7.) ein elastischer Körper A auf die ebene Fläche EG eines andern im Punkte C stößt, und dieser ihn nach der Richtung CK zurückstößt; so sagt man: der Körper A wird von der Fläche EG reflectirt. Der Winkel ACE, den die Linie AC, in welcher der Körper A auf die Fläche EG in C stößt, macht, heißt sein Einfallswinkel (angulus incidentiae), und der Winkel KCG, unter welchem derselbe nach K reflectirt wird, heißt sein Reflexionswinkel (angulus reflexionis).

Zus. Wenn daher ein elastischer Körper I auf die Fläche EG eines andern als unbeweglich betrachteten senkrecht stößt; so prallt er mit gleicher Geschwindigkeit in der entgegengesetzten Richtung zurück (§. 31. Z. 6.) mithin sind hier der Einfalls-Winkel ICE, und der Reflexionswinkel ICG beyde rechte Winkel, also einander gleich.

Lehrsatz 16.

§. 33. Wenn (Fig. 7.) ein vollkommen elastischer Körper A auf die Fläche EG eines ruhen-

den B, der als unbeweglich betrachtet wird, unter einem schiefen Einfallswinkel ACE stößt; so wird er dergestalt nach CK reflectirt, daß der Reflexionswinkel KCG dem Einfallswinkel ACE gleich ist.

Beweis. Denn man setze, der Körper A laufe mit der Geschwindigkeit, daß er binnen einer gewissen Zeit gleichförmig durch CH liefe; so stellt CH seine Geschwindigkeit vor (§. 7.). Man beschreibe also das rechtwinklichte Parallelogramm CFHD; so ist seine Geschwindigkeit CH aus den beyden einzelnen CF, CD zusammengesetzt, d. i. es ist eben so viel, als ob der Körper A mit diesen zugleich nach den Richtungen CF, CD auf den Körper B gelaufen wäre (§. 12. Z. 1.). Nun aber findet er in Ansehung der Richtung CD keinen Widerstand, und setzt daher nach dieser seine Bewegung auf der ebenen Fläche EG mit der Geschwindigkeit CD fort (§. 26.), mithin geschieht der ganze Stoß, den der Körper A auf den Körper B ausübt, bloß nach der Richtung CF mit der Geschwindigkeit CF. Allein da der Körper B sich dadurch nicht bewegen läßt (p. hyp.); so stößt er den Körper A nach der entgegengesetzten Richtung CI mit gleicher Geschwindigkeit zurück (§. 31. Z. 6.). Also bewegt sich der Körper A nach dem Stoß mit den Geschwindigkeiten CD, CI zugleich, mithin durch die Diagonale CK des Parallelogramms CIKD (§. 12), also prallt er mit der Geschwindigkeit CK unter dem Winkel KCG zurück. Nun ist CI = CF (p.

lem.), folglich DK = DH, CD = CD, CDK = CDH = R, mithin KCD = HCD, und ACE = HCD, mithin KCD = ACE, und CK = CH. Alſo wird der Körper A mit derſelben Geſchwindigkeit dergeſtalt reflectirt, daß der Reflexionswinkel jederzeit dem Einfallswinkel gleich iſt.

Zweyter Theil der Mechanik.

Von der ungleichförmigen Bewegung.

Erster Abschnitt.

Von den Wirkungen der ursprünglichen Anziehungskraft der Körper überhaupt.

Erklärung 18.

§. 34. Eine ungleichförmige Bewegung heißt eine beschleunigte, wenn ihre Geschwindigkeit zunimmt, eine verzögerte, wenn ihre Geschwindigkeit abnimmt. Gleichförmig beschleunigt, oder gleichförmig verzögert heißt die Bewegung, wenn ihre Geschwindigkeit in jedem Augenblick um einen gleichen Theil zu- oder abnimmt.

Zus. 1. Also ist kein Theil einer ungleichförmigen Bewegung gleichförmig.

Zus. 2. Da nun gleichwohl die Bestimmung der Geschwindigkeit und ihrer Veränderung voraussetzt, daß die Bewegung gleichförmig sey (§. 7.) in einem untheilbaren Augenblick aber so wenig, als

in einem geometriſchen Punkt Bewegung und Veränderung derſelben möglich iſt (§. 1. Z. 3.); ſo iſt die Beſtimmung der Geſchwindigkeit und ihrer continuirlichen Veränderung bloß auf dem Wege der Fiction möglich, nämlich dadurch, daß man ſich die Augenblicke als unendlichvielſte Theile einer endlichen Zeit, und die in denſelben durchlaufenen Räume als unendlichvielſte Theile einer endlichen Linie vorſtellt. Denn da ein ſolcher imaginirter Zeittheil in der That ein bloßer untheilbarer Augenblick, und eine ſolche imaginirte Linie ein bloßer Punkt iſt; ſo iſt die darinn imaginirte Bewegung mit der größeſten Schärfe als gleichförmig anzuſehen, und ſo kann man die in jedem Augenblick hinzukommende neue Geſchwindigkeit ſo betrachten, als ob ſie jedesmal erſt im Anfange des folgenden Zeittheilchens hinzukäme.

Lehrſatz 17.

§. 35. Wenn ein Körper B von einem andern A, der als ruhend wahrgenommen wird, durch die urſprüngliche Anziehungskraft des letztern gegen ihn bewegt wird, und dieſe während der Bewegung immer gleich ſtark auf ihn wirkt; ſo iſt ſeine Bewegung eine gleichförmig beſchleunigte.

Beweis. Denn die urſprüngliche Anziehungskraft des Körpers A wirkt, eben weil ſie urſprünglich iſt, und ſeiner Materie als Materie zukommt, auf alle andere Körper unaufhörlich, ſie mögen in Ruhe oder in Bewegung ſeyn (§. 20. Z. 2.). Man ſetze alſo, der Körper A ziehe den Körper B in er-

ſten Augenblick mit der Geſchwindigkeit c; ſo ſetzt dieſer dieſelbe im zweyten Augenblick mit derſelben Geſchwindigkeit fort (§. 26.) Allein da der Körper A unaufhörlich auf ihn wirkt (p. dem.), und zwar immer gleich ſtark (p. hyp.); ſo theilt er ihm im zweyten Augenblick dieſelbe Geſchwindigkeit c nach eben der Richtung von neuem mit, folglich iſt ſeine Geſchwindigkeit im zweyten Augenblick = 2c (§. 10). Mit dieſer ſetzt er ſeine Bewegung im dritten Augenblick wieder fort, bekommt aber wieder die Geſchwindigkeit c hinzu, folglich iſt ſeine Geſchwindigkeit im dritten Augenblick = 3c, und ſo iſt klar, daß ſie im vierten = 4c, im fünften = 5c u. ſ. w., und überhaupt im nten = nc iſt, folglich in jedem Augenblicke um denſelben Theil c zunimmt. Alſo iſt ſie eine gleichförmig beſchleunigte (§. 34.).

Zuſ. 1. Eben ſo iſt klar, daß wenn der Körper B, ſich vom anziehenden A, mit der Geſchwindigkeit C zu entfernen ſucht, ſeine Bewegung eine gleichförmig verzögerte iſt. Denn hier iſt ſeine Geſchwindigkeit im erſten Augenblick = C — c, im zweyten = C — 2c und überhaupt im nten = C — nc.

Zuſ. 2. Die Geſchwindigkeiten, die der Körper B am Ende zweyer Zeiten hat, verhalten ſich, wie die Zeiten, in denen er ſie erlangt hat.

Denn man ſetze die Menge der Augenblicke, die eine Secunde enthält, = ∞, ſo iſt die Menge derer, welche n Secunden enthalten, = n ∞. Nun iſt die Geſchwindigkeit am Ende der erſten Secunde = ∞c, und am Ende der nten = n ∞ c (Lehrſ.

17.). Also verhält sich die erstere zur letztern wie 1 : n, d. i. wie 1 Secunde zu n Secunden.

Lehrsatz 18.

§. 36. Wenn ein Körper B von einem andern A, der als ruhend wahrgenommen wird, durch die ursprüngliche Anziehungskraft des letztern gegen ihn bewegt wird, und diese während der Bewegung immer gleich stark auf ihn wirkt; so verhalten sich die durchlaufenen Räume, wie die Quadrate der Zeiten, in welchen sie durchlaufen sind.

Beweis. Denn man setze, der Körper durchlaufe im ersten unendlichvielsten Theil einer Zeitsecunde den Raum 1; so ist der durchlaufene Raum im zweyten solchen Zeittheilchen = 2, im dritten = 3 u. s. w., und der im letzten = ∞ (§. 35.), mithin ist der ganze in allen unendlich vielen Zeittheilchen, d. i. binnen einer Secunde durchlaufene Raum = $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \ldots + \infty$. d. i. = $\frac{1}{2} \infty (\infty + 1)$ (Arithm. §. 135), mithin da $\infty + 1 = \infty$ ist, = $\frac{1}{2} \infty^2$. Eben so ist der in n Secunden durchlaufene Raum = $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots . n \infty = \frac{1}{2} n \infty (n \infty + 1) = \frac{1}{2} n^2 \infty^2$. Also verhält sich der in 1 Secunde durchlaufene Raum zu dem in n Secunden durchlaufenen, wie $\frac{1}{2} \infty^2 : \frac{1}{2} n^2 \infty^2$, d. i. wie $1 : n^2$ also wie die Quadrate der Zeiten, in welchen sie durchlaufen sind.

Z. B. nach 2 Secunden ist der Raum 4mal, nach 3 Secunden 9mal, nach 4 Secunden 16mal ꝛc. größer, als in der ersten Secunde.

Zuſ. 1. Alſo wächſt der Raum, den der Körper durchläuft, in jeder Secunde nach der Ordnung der ungeraden Zahlen, nämlich in der zweyten Secunde durchläuft er einen 3 mal größern, in der 3ten Secunde einen 5mal größern, in der 4ten einen 7 mal größern ꝛc., als in der erſten.

Zuſ. 2. Da die durchlaufenen Räume ſich wie die Quadrate der Zeiten verhalten (Lehrſ. 18.) die Zeiten aber ſich wie die am Ende derſelben erlangten Geſchwindigkeiten verhalten (§. 35. Z. 2.); ſo verhalten ſich die durchlaufenen Räume auch wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten, die ſie am Ende derſelben erlangt haben.

Zuſ. 3. Die Geſchwindigkeit, die der Körper B in einer gewiſſen Zeit durch ſeine Bewegung erlangt, iſt ſo groß, daß er mit derſelben in eben der Zeit gleichförmig einen zweymal größern Raum durchlaufen kann, als der iſt, den er durchlaufen iſt.

Denn man ſetze, eine Secunde enthalte ∞ Augenblicke, und der im erſten Augenblick durchlaufene Raum ſey $= 1$; ſo iſt der im ∞ſten, d. i. im letzten Augenblick durchlaufene Raum $= \infty$ (p. dem.), folglich iſt am Ende der ganzen Secunde ſeine Geſchwindigkeit ſo groß, daß er mit derſelben in jedem Augenblick gleichförmig den Raum $= \infty$ durchlaufen würde (§. 7.), mithin durchläuft er mit derſelben gleichförmig in ∞ Augenblicken, d. i. in einer Secunde, den Raum $= \infty^2$ (§. 3.). Nun aber iſt der Raum, den er binnen dieſer Zeit durch die Anziehungskraft des Körpers A durchläuft, nur $= \frac{1}{2}\infty^2$ (p. dem.). Alſo iſt die Geſchwindigkeit, die der

Körper B binnen einer Secunde erlangt hat, so groß, daß er in eben dieser Zeit mit derselben gleichförmig einen zweymal größern Raum durchlaufen kann.

Lehrsatz 19.

§. 37. Wenn (Fig. 8.) ein materieller Punkt B von allen materiellen Punkten des Körpers A zugleich angezogen wird; so muß es in diesem einen Punkt C geben, nach welchem allein die Bewegung des Punkts B möglich ist.

Beweis. Denn man nehme im Körper A zuerst zwey beliebige Punkte 1, 2 an; so zieht der erste den Punkt B nach B 1 und der zweyte nach B 2, folglich beyde zusammen nach der Diagonale BG des Parallelogramms 1 B 2 G (§. 12.), und nach eben dieser Richtung ziehen ihn zugleich alle Punkte, die in der Linie FG liegen, mithin ist es eben so viel, als ob der Punkt B, statt der Punkte 1, 2 und aller derer, die in FG liegen, von dem einzigen Punkte 3 gezogen würde. Nun nehme man ferner den Punkt 4; so zieht derselbe nebst allen Punkten, die in HI liegen, den Punkt B nach der Richtung BI, die vorigen Punkte vereinigt aber zogen ihn nach der Richtung BG, folglich alle angenommene zusammen nach der mittlern Richtung BL (§. 12.), mithin ist es eben so viel, als ob der Punkt B, statt aller vorigen und aller derer, die in der Linie IL liegen, bloß vom einzigen Punkt 5 gezogen würde. Nimmt man also auf diese Art immer neue Punkte des Körpers A an; so ist klar, daß es

end-

endlich in ihm einen Punkt C geben muß, der den Punkt B nach der Richtung BC ſo zieht, als ob er ſtatt aller materiellen Punkte des Körpers A, bloß vom Punkte C mit der vereinigten Kraft aller gezogen würde.

Erklärung 19.

§. 38. Derjenige Punkt C im anziehenden Körper A, welcher jeden materiellen Punkt B eben ſo anzieht, als alle materielle Punkte des Körpers A zuſammen, heißt der Mittelpunkt der Anziehung (centrum attractionis) oder kurz der Anziehungspunkt des Körpers A.

Zuſ. 1. Alſo kann man die ganze Anziehungskraft eines Körpers ſo anſehen, als ob ſie im Anziehungspunkte allein vereinigt wäre.

Zuſ. 2. In jedem anziehenden Körper giebt es alſo einen Anziehungspunkt (§. 37.).

Zuſ. 3. Da nun jeder angezogene Körper den anziehenden gleichfals anzieht (§. 2.); ſo giebt es überhaupt in jedem Körper einen Anziehungspunkt, in welchem ſeine ganze Anziehungskraft vereinigt iſt (Z. 2. 1.).

Zuſ. 4. Wenn daher zwey Körper einander anziehen; ſo ziehen ſich bloß ihre Anziehungspunkte an.

Anmerkung.

Hier zeigt es ſich nun deutlich, wie man in der Mechanik nicht nur berechtigt iſt, jeden Körper als einen bloßen Punkt anzuſehen, ſondern zugleich, daß es eigent-

Körper B binnen einer Secunde erlangt hat, so groß, daß er in eben dieser Zeit mit derselben gleichförmig einen zweymal größern Raum durchlaufen kann.

Lehrsatz 19.

§. 37. Wenn (Fig. 8.) ein materieller Punkt B von allen materiellen Punkten des Körpers A zugleich angezogen wird; so muß es in diesem einen Punkt C geben, nach welchem allein die Bewegung des Punkts B möglich ist.

Beweis. Denn man nehme im Körper A zuerst zwey beliebige Punkte 1, 2 an; so zieht der erste den Punkt B nach B 1 und der zweyte nach B 2, folglich beyde zusammen nach der Diagonale BG des Parallelogramms 1 B 2 G (§. 12.), und nach eben dieser Richtung ziehen ihn zugleich alle Punkte, die in der Linie FG liegen, mithin ist es eben so viel, als ob der Punkt B, statt der Punkte 1, 2 und aller derer, die in FG liegen, von dem einzigen Punkte 3 gezogen würde. Nun nehme man ferner den Punkt 4; so zieht derselbe nebst allen Punkten, die in HI liegen, den Punkt B nach der Richtung BI, die vorigen Punkte vereinigt aber zogen ihn nach der Richtung BG, folglich alle angenommene zusammen nach der mittlern Richtung BL (§. 12.), mithin ist es eben so viel, als ob der Punkt B, statt aller vorigen und aller derer, die in der Linie IL liegen, bloß vom einzigen Punkt 5 gezogen würde. Nimmt man also auf diese Art immer neue Punkte des Körpers A an; so ist klar, daß es

end-

Zuſ. 1. Alſo wächſt der Raum, den der Körper durchläuft, in jeder Secunde nach der Ordnung der ungeraden Zahlen, nämlich in der zweyten Secunde durchläuft er einen 3 mal größern, in der 3ten Secunde einen 5 mal größern, in der 4ten einen 7 mal größern ꝛc., als in der erſten.

Zuſ. 2. Da die durchlaufenen Räume ſich wie die Quadrate der Zeiten verhalten (Lehrſ. 18.) die Zeiten aber ſich wie die am Ende derſelben erlangten Geſchwindigkeiten verhalten (§. 35. Z. 2.); ſo verhalten ſich die durchlaufenen Räume auch wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten, die ſie am Ende derſelben erlangt haben.

Zuſ. 3. Die Geſchwindigkeit, die der Körper B in einer gewiſſen Zeit durch ſeine Bewegung erlangt, iſt ſo groß, daß er mit derſelben in eben der Zeit gleichförmig einen zweymal größern Raum durchlaufen kann, als der iſt, den er durchlaufen iſt.

Denn man ſetze, eine Secunde enthalte ∞ Augenblicke, und der im erſten Augenblick durchlaufene Raum ſey $= 1$; ſo iſt der im ∞ſten, d. i. im letzten Augenblick durchlaufene Raum $= \infty$ (p. dem.), folglich iſt am Ende der ganzen Secunde ſeine Geſchwindigkeit ſo groß, daß er mit derſelben in jedem Augenblick gleichförmig den Raum $= \infty$ durchlaufen würde (§. 7.), mithin durchläuft er mit derſelben gleichförmig in ∞ Augenblicken, d. i. in einer Secunde, den Raum $= \infty^2$ (§. 3.). Nun aber iſt der Raum, den er binnen dieſer Zeit durch die Anziehungskraft des Körpers A durchläuft, nur $= \frac{1}{2}\infty^2$ (p. dem.). Alſo iſt die Geſchwindigkeit, die der

Körper B binnen einer Secunde erlangt hat, so groß, daß er in eben dieser Zeit mit derselben gleichförmig einen zweymal größern Raum durchlaufen kann.

Lehrsatz 19.

§. 37. Wenn (Fig. 8.) ein materieller Punkt B von allen materiellen Punkten des Körpers A zugleich angezogen wird; so muß es in diesem einen Punkt C geben, nach welchem allein die Bewegung des Punkts B möglich ist.

Beweis. Denn man nehme im Körper A zuerst zwey beliebige Punkte 1, 2 an; so zieht der erste den Punkt B nach B 1 und der zweyte nach B 2, folglich beyde zusammen nach der Diagonale BG des Parallelogramms 1 B 2 G (§. 12.), und nach eben dieser Richtung ziehen ihn zugleich alle Punkte, die in der Linie FG liegen, mithin ist es eben so viel, als ob der Punkt B, statt der Punkte 1, 2 und aller derer, die in FG liegen, von dem einzigen Punkte 3 gezogen würde. Nun nehme man ferner den Punkt 4; so zieht derselbe nebst allen Punkten, die in HI liegen, den Punkt B nach der Richtung BI, die vorigen Punkte vereinigt aber zogen ihn nach der Richtung BG, folglich alle angenommene zusammen nach der mittlern Richtung BL (§. 12.), mithin ist es eben so viel, als ob der Punkt B, statt aller vorigen und aller derer, die in der Linie IL liegen, bloß vom einzigen Punkt 5 gezogen würde. Nimmt man also auf diese Art immer neue Punkte des Körpers A an; so ist klar, daß es

end-

endlich in ihm einen Punkt C geben muß, der den Punkt B nach der Richtung BC ſo zieht, als ob er ſtatt aller materiellen Punkte des Körpers A, bloß vom Punkte C mit der vereinigten Kraft aller gezogen würde.

Erklärung 19.

§. 38. Derjenige Punkt C im anziehenden Körper A, welcher jeden materiellen Punkt B eben ſo anzieht, als alle materielle Punkte des Körpers A zuſammen, heißt der Mittelpunkt der Anziehung (centrum attractionis) oder kurz der Anziehungspunkt des Körpers A.

Zuſ. 1. Alſo kann man die ganze Anziehungskraft eines Körpers ſo anſehen, als ob ſie im Anziehungspunkte allein vereinigt wäre.

Zuſ. 2. In jedem anziehenden Körper giebt es alſo einen Anziehungspunkt (§. 37.).

Zuſ. 3. Da nun jeder angezogene Körper den anziehenden gleichfals anzieht (§. 2.); ſo giebt es überhaupt in jedem Körper einen Anziehungspunkt, in welchem ſeine ganze Anziehungskraft vereinigt iſt (Z. 2. 1.).

Zuſ. 4. Wenn daher zwey Körper einander anziehen; ſo ziehen ſich bloß ihre Anziehungspunkte an.

Anmerkung.

Hier zeigt es ſich nun deutlich, wie man in der Mechanik nicht nur berechtigt iſt, jeden Körper als einen bloßen Punkt anzuſehen, ſondern zugleich, daß es eigent-

lich sein Anziehungspunkt ist, dessen Bewegung die Bewegung des ganzen Körpers vorstellt.

Lehrsatz 20.

Grundgesetz der ursprünglichen Anziehungskraft.

§. 39. Die Wirkungen der ursprünglichen Anziehungskraft eines Körpers A auf zwey Körper B, D verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Anziehungspunkt C des Körpers A, d. i. die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper A die Körper B, D zu bewegen sucht, nimmt nach dem Quadrat ihrer Entfernungen ab.

Beweis. Denn man beschreibe (Fig. 9.) aus dem Anziehungspunkt C des Körpers A verschiedene Kugeln, deren Oberflächen E, F, G ꝛc. sind. Da nun die Anziehungskraft des Körpers A ursprünglich, folglich von aller Beschaffenheit der übrigen Materien im Raum ganz unabhängig ist; so muß sie auf die gesammte Materie im Weltraum ringsum in allen Weiten gleich stark wirken, folglich auf die gesammte Materie der Kugelfläche E eben so stark, als auf die in den Kugelflächen F, G ꝛc. Nun besteht die Wirkung der Kraft in der Quantität der Bewegung, welche sie hervorzubringen strebt, folglich muß die Anziehungskraft des Körpers A auf allen Oberflächen der Kugeln E, F, G ꝛc. dieselbe Quantität der Bewegung hervorzubringen streben. Diese aber ist dem Product aus der Masse in die Geschwindigkeit gleich (§. 15. Z. 4.). Man setze also die gesammte Masse

in der Kugelfläche E = M, und die Geſchwindigkeit, mit welcher der Körper A ſie zu bewegen ſtrebt = C; in der Kugelfläche F aber ſey die geſammte Maſſe = m, und ihre Geſchwindigkeit = c; ſo muß jederzeit MC=mc ſeyn, mithin C : c=m : M. Nun aber verhalten ſich die Kugelflächen F, E wie die Quadrate ihrer Halbmeſſer, d. i., wie $FC^2 : EC^2$, mithin verhalten ſich die Maſſen, die in ihnen befindlich ſind, eben ſo, folglich iſt $m : M = FC^2 : EC^2$. Alſo iſt $C : c = FC^2 : EC^2$, d. i. die Geſchwindigkeiten verhalten ſich umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernungen.

Anmerkung.

Dieſer wichtige Satz findet ſich auch durch die ganze Aſtronomie aufs vollkommenſte beſtätigt.

Zweyter Abſchnitt.

Von den Kräften, die zur krummlinigten Bewegung eines Körpers um einen andern erforderlich ſind.

Erklärung 20.

§. 40. Wenn (Fig. 10.) ein Körper F ſich um einen andern S bewegt; ſo nennt man die ganze krumme Linie, die er um den letztern durchläuft, ſeine Bahn (orbita), und die Zeit, welche verfließt, bis er an den Ort F zurückkommt, ſeine Um-

laufzeit (revolutio periodica). Der jedesmalige Abstand des Körpers F vom Körper S heißt sein radius vector. Die Fläche, welche zwischen zwey radiis vectoribus AS, DS und dem Bogen AD zwischen ihnen enthalten ist, heißt der Ausschnitt des Bogens AD. Wenn eine Kugel sich um einen ihrer Durchmesser dreht; so nennt man diesen ihre Axe, die beyden Endpunkte der Axe in der Kugelfläche die beyden Pole der Kugel, und den größesten Kugelkreis, der von beyden Polen 90° absteht, den Aequator der Kugel, und man sagt: die Kugel dreht sich um ihre Axe, imgleichen um ihre Pole, und zwar nach der Richtung ihres Aequators. Die Kraft, welche bey der Axendrehung einer Kugel jeden Punkt ihrer Oberfläche wegzuschleudern strebt, heißt die Schwungkraft. Die Kraft, die den Körper A dem Körper S zu nähern strebt, heißt die vis centripeta, und diejenige, die ihn von S beständig zu entfernen strebt, heißt die vis centrifuga. Beyde einander entgegengesetzte Kräfte heißen die Centralkräfte.

Zus. Wenn daher eine Kugel sich um ihre Axe dreht; so bleibt die Axe mit den beyden Polen, in Beziehung auf die übrigen Punkte der Kugel, immer auf derselben Stelle, jeder andere Punkt hingegen beschreibt einen Kreis mit dem Aequator parallel, und diese Parallelkreise werden immer größer, je näher der Punkt dem Aequator ist, dagegen immer kleiner, je näher er den Polen liegt.

Lehrſatz 21.

§. 41. Wenn ein Körper A (Fig. 10.) ſich um einen andern S in irgend einer krummen Linie bewegt; ſo gehören dazu zwey verſchiedene Kräfte, nämlich eine Wurfkraft, die ihn in jedem Punkte A, wo er ſich befindet, nach der Richtung der Tangente AB vom Körper S zu entfernen ſtrebt, und eine Anziehungskraft AC, die ihn beſtändig nach dem Körper S hinzieht. Wenn daher der Körper A durch den Bogen AD, der ein unendlichvielſter Theil der ganzen krummen Linie iſt, gegangen iſt; ſo beſtimmt die Linie DC, die man aus D mit der Tangente AB parallel zieht, die Größe der Wurfkraft, die den Körper A mittlerweile nach der Richtung der Tangente von S zu entfernen geſucht, und AC die Größe der Anziehungskraft, die ihn mittlerweile nach S gezogen hat.

Beweis. Denn wenn ſich ein Körper in einer krummen Linie von F nach A bewegt; ſo hat er in jedem Punkt A, in den er kommt, die Richtung derjenigen geraden Linie, die mit einem unendlich kleinen Bogen übereinkommt, d. i. die Richtung der Tangente AB, welche die krumme Linie im Punkte A berührt, folglich würde er, wofern ihn nichts hinderte, beſtändig in der geraden Linie AB fortgehen, und ſich alſo immer weiter vom Körper S entfernen (§. 26.). Alſo iſt erſtlich eine Wurfkraft da, die den Körper in jedem Punkte A der krummen Linie nach der Richtung der Tangente AB forttreibt, die aber, wenn ſie allein da wäre, den

Körper nicht in einer krummen, ſondern geraden Linie bewegen, und ihn vom Körper S immer weiter entfernen würde. Soll er ſich alſo in einer krummen Linie bewegen; ſo muß noch eine andere Kraft da ſeyn, die ihn in der Richtung AS nach dem Körper S hinzieht, ſo daß wenn man das Parallelogramm ABDC beſchreibt, der Körper durch die Diagonale AD geht, (§. 12.) die mit dem unendlich kleinen Bogen AD einerley iſt (Geom. §. 25. Z. 1.). Da nun DC = AB iſt; ſo druckt DC die Größe der Wurfkraft, und AC die Größe der Anziehungskraft für die Bewegung durch den Bogen AD aus.

Zuſ. 1. Wenn daher (Fig. 11.) die Linie, in welcher der Körper A ſich um den Körper S bewegt, ein Kreis iſt; ſo iſt AB, alſo auch DC auf dem radius vector AS ſenkrecht. Alſo iſt in dieſem Fall die Wurfkraft der Sinus, und die Anziehungskraft der Sinus verſus des Bogens AD (Trigon. §. 2.).

Zuſ. 2. Je ſchneller die Bewegung iſt, deſto größer iſt die dazu erforderliche Anziehungskraft. Denn durchläuft der Körper den Bogen AD; ſo iſt ſeine Anziehungskraft = AC, durchläuft er aber in derſelben Zeit den Bogen AG; ſo iſt ſeine Anziehungskraft = AE.

Zuſ. 3. Wenn für dieſelbe Anziehungskraft die Wurfkraft des Körpers kleiner iſt, als der Sinus des Bogens AD; ſo wird ſeine Bahn enger, als die Cirkelbahn, iſt ſie aber größer, ſo wird ſeine Bahn weiter, als die Cirkelbahn (Z. 1.).

Lehrſatz 22.

§. 42. Wenn ſich (Fig. 10.) eine Kugel um ihre Axe dreht; ſo iſt die Schwungkraft, welche jeden Punkt der Kugel vom Centro des Parallelkreiſes, den er durchläuft, beſtändig zu entfernen ſtrebt, der Anziehungskraft in dieſem Kreiſe gleich.

Beweis. Denn wenn ſich eine Kugel um ihre Axe dreht; ſo ſucht der Punkt A ſich jeden Augenblick nach der Richtung der Tangente AB fortzubewegen (§. 12.). Indem er alſo durch den unendlich kleinen Bogen AD gedreht wird; ſo würde er, wenn man das rechtwinklichte Parallelogramm ABDC beſchreibt, mittlerweile nach B gekommen ſeyn, mithin ſich vom Centro S um die Linie DB entfernt haben. Da nun DB = AC iſt; ſo iſt die Schwungkraft, welche den Punkt A vom Centro S wegzuſchleudern ſucht, der Anziehungskraft AC gleich (§. 41.).

Zuſ. 1. Alſo iſt bey der Axendrehung im Aequator die Schwungkraft am größeſten, in den kleinern Parallelkreiſen aber wird ſie immer kleiner, je weiter der Punkt vom Aequator entfernt iſt, in den Polen ſelbſt aber hört ſie gänzlich auf. Denn je größer der Kreis iſt, den der Punkt in derſelben Zeit durchläuft, deſto größer iſt die Anziehungskraft, die ihm zugehört (§. 41. Z. 2.), alſo auch die Schwungkraft (Lehrſ. 22.).

Zuſ. 2. Bey der Axendrehung iſt die Schwungkraft für den Bogen AD gleichfals ſeinem Sinusverſus gleich.

Anmerkung.

So wohl die Anziehungskraft (§. 41.), die den Körper von der Tangente AB zurückzieht, und ihn dem Körper S (Fig. 10.) näher bringt, als auch die Schwungkraft, die jeden Punkt (Fig. 11.) vom Centro S wegzuschleudern sucht, ist eigentlich die Linie DF. Allein da der Bogen AD als unendlich klein angenommen worden; so fällt der Punkt F in B, und die Linie DF in DB.

Lehrsatz 23.

§. 43. Wenn (Fig. 11.) ein Körper A sich um einen andern S durch einen unendlich kleinen Cirkelbogen AD bewegt; so bekommt man die Größe der Anziehungskraft AC, wenn man das Quadrat des Bogens AD durch den doppelten Halbmesser des Cirkels dividirt, d. i. $AC = \frac{AD^2}{2\,AS}$.

Beweis. Denn im Cirkel ist AC : CD = CD : CP (Geom. §. 156.). Nun ist AD ein unendlichvielster Theil des Cirkels (p. hyp.), folglich fällt der Punkt C in A, und CD in den Bogen AD, mithin ist CD = AD, und CP = AP, folglich ist AC : AD = AD : AP, also $AC = \frac{AD^2}{AP}$. Da nun AP = 2 AS; so ist $AC = \frac{AD^2}{2\,AS}$.

Zus. Wenn sich daher zwey Körper in eben demselben Cirkel binnen einerley Zeit durch zwey unendlich kleine Bogen AD, AG bewegen; so verhalten sich ihre Anziehungskräfte AC, AE, wie die Quadrate der Bogen, d. i. $AC : AE = AD^2 : AG^2$.

Parallelogramms DIGE, übereinkömmt, und er beſchreibt alſo, ſtatt DIS den Ausſchnitt DGS. Da nun die Dreyecke DGS, DIS einerley Grundlinie DS haben, und zwiſchen einerley Parallellinien DE, IG liegen; ſo iſt die Fläche DGS = DIS, mithin DGS = ADS. Alſo iſt offenbar, daß, wenn der Körper die Bogen AD, DG in gleichen Zeiten durchläuft, die Ausſchnitte ADS, DGS allemal gleich groß ſind. Wenn daher die Zeit, da er den Bogen ADG durchläuft, 2 mal ſo groß iſt, als die Zeit, da er den Bogen AD durchläuft; ſo iſt der Ausſchnitt ADGS 2 mal ſo groß, als der Ausſchnitt ADS. Iſt die erſte Zeit 3 mal ſo groß, als die zweyte; ſo iſt der Ausſchnitt ADGS 3 mal ſo groß, als der Ausſchnitt ADS u. ſ. w. Alſo verhalten ſich die Zeiten, in welchen der Körper zwey Bogen AD, ADG durchläuft, allemal wie die Ausſchnitte ADS, ADGS, die Linie die der Körper durchläuft, ſey, welche man wolle.

Zuſ. 1. Wenn daher die Linie, in welcher ein Körper ſich um einen andern bewegt, ſo beſchaffen iſt, daß die Ausſchnitte beſtändig den Bogen proportional ſind, ſo verhalten ſich die Zeiten, in welchen er zwey Bogen durchläuft, wie die Bogen ſelbſt, folglich durchläuft er in gleichen Zeiten gleiche Bogen, alſo iſt in dieſem Falle ſeine Bewegung allemal gleichförmig.

Iſt hingegen die Linie, in welcher ſich ein Körper bewegt, von der Art, daß die Ausſchnitte den Bogen nicht immer proportional ſind; ſo iſt von ſelbſt

klar, daß seine Bewegung schlechterdings ungleichförmig seyn muß.

Zus. 2. Wenn die Linie, in welcher der Körper A sich um den Körper S bewegt, ein Kreis ist, und der Körper S in seinem Centro liegt; so verhalten sich die Zeiten, in welchen er zwey Bogen durchläuft, wie die Bogen selbst, und seine Bewegung ist gleichförmig, d. i. immer gleich geschwinde. Denn im Kreise verhalten sich die Ausschnitte allemal, wie die Bogen.

Ist hingegen die Linie, in welcher sich der Körper bewegt, nicht ein Kreis, oder der Körper S nicht in seinem Centro; so sind die Zeiten den Bogen nicht proportional, mithin seine Bewegung ungleichförmig, d. i. bald langsamer, bald geschwinder (Z. 1.).

Zus. 3. Wenn daher zwey Körper A, T (Fig. 13.) sich um einen dritten S in Cirkeln bewegen; so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten umgekehrt wie ihre Distanzen, d. i. die Geschwindigkeit von T verhält sich zur Geschwindigkeit von A, wie AS : TS. Denn in verschiedenen Kreisen verhalten sich ähnliche Bogen wie ihre Halbmesser.

Zus. 4. Alle Axendrehungen sind gleichförmig. Denn wenn eine Kugel sich um ihre Axe dreht; so durchläuft jeder Punkt einen Kreis, und zwar um das Centrum desselben.

Zus. 5. Wenn (Fig. 14.) in der Bahn ADPLA, die der Körper A um den Körper S durchläuft, der Punkt A vom Körper S am weitesten wegliegt, und der Punkt P demselben am nächsten ist; so bewegt er sich in A am langsamsten,

von da aber immer geſchwinder; je näher er dem Körper S kommt, im Punkte P aber am allergeſchwindeſten. Von da aber, wenn er durch L nach A fortgeht, nimmt ſeine Geſchwindigkeit immer ab, je weiter er ſich von S entfernt, bis ſie wieder in A am kleinſten wird.

Denn wenn er durch den Bogen AM geht; ſo iſt ſein Ausſchnitt = AMS. Nun ſetze man, er gehe durch einen Bogen DO, deſſen Ausſchnitt DOS = AMS iſt; ſo durchläuft er beyde Bogen AM, DO in gleicher Zeit. Allein da die radii vectores AS, MS viel größer ſind, als die radii vectores DS, OS; ſo muß, wenn die Ausſchnitte AMS, DOS gleich ſeyn ſollen, der Bogen DO größer ſeyn, als der Bogen AM. Alſo muß ſeine Geſchwindigkeit in A am kleinſten ſeyn, von da aber wenn er durch M nach P geht, immer zunehmen, bis ſie in P am größeſten wird, und eben ſo iſt klar, daß wenn er von P durch L wieder nach A geht, ſich alles umgekehrt verhalten muß.

Zuſ. 6. Wenn die Bahn des Körpers A von der Art iſt, daß man aus jedem Ausſchnitte den ihm zugehörigen Bogen finden kann; ſo läßt ſich für jede gegebene Zeit beſtimmen, an welchem Orte ſeiner Bahn er ſich befindet, imgleichen wie groß zu der Zeit ſeine Geſchwindigkeit iſt, u. ſ. w.

Denn man darf nur die Fläche ſeiner Bahn in lauter gleiche Theile theilen, und aus ſeiner Umlaufszeit berechnen, welche Zeit erfordert wird, einen jeden ſolchen Theil zu durchlaufen.

Zus. 7. Alle diese Sätze setzen indessen, wie von selbst klar ist, voraus, daß die Bewegung des Körpers durch keine äußere Ursache geändert werde. Diese Bedingung aber findet in der Natur niemals statt. Denn da alle übrigen Körper um ihn gleichfals eine ursprüngliche Anziehungskraft besitzen; so wird er jeden Augenblick nicht bloß vom Körper S, sondern auch von allen übrigen Körpern angezogen, und dieses desto stärker von denen, die ihm am nächsten sind, und die größesten Massen haben (§. 39 und §. 20. Z. 3.), folglich ziehen ihn diese beständig aus seiner Bahn etwas hinaus, und zwar ungleich, weil er bey seinem Umlaufe um S ebendemselben anziehenden Körper, sowohl wenn dieser in Ruhe, oder selbst in Bewegung ist, zu einer Zeit weit näher ist, als zu einer andern. Hiedurch wird also die Bewegung des Körpers beständig gestöhrt, und wenn daher die aus dem Grundgesetze bestimmte mit der Erfahrung übereinstimmen soll; so müssen diese Stöhrungen oder Perturbationen erst besonders berechnet werden.

Lehrsatz 26.

Grundgesetz der Bewegung für mehrere Körper, die sich um einen und ebendenselben Körper bewegen.

§. 46. Wenn (Fig. 13.) zwey Körper T, A sich um einen dritten S bewegen; so verhalten sich die Quadrate ihrer Umlaufszeiten, wie die Cubi ihrer Weiten vom Körper S.

Beweis. Denn man setze, der Körper A durchlaufe während der Zeit, da der Körper T den unendlich kleinen Bogen TM durchläuft, den Bogen AD; so ist die Anziehung des Körpers S für den Körper A = AC, und für den Körper T = TN (§. 41.). Nun ist $AC : TN = TS^2 : AS^2$ (§. 39.) und $TN : AE = TS : AS$, weil die Sinus versi TN, AE desselben Winkels ASG sich, wie die Halbmesser TS, AS verhalten (Trig. §. 2. Z. 13.), folglich ist $AC : AE = TS^3 : AS^3$ (Arithm. §. 127.) Nun setze man, der Körper T befände sich auch in A; so würde er während der Zeit, da er vorhin durch TN lief, hier durch den Bogen AG laufen, wofern seine Umlaufszeit in A eben so groß seyn sollte, als sie für ihn in T ist, weil die Bogen AG, TM zu den ganzen Bahnen AGA, TMT einerley Verhältniß haben. Ist daher der Bogen AG n mal so groß als AD; so würde die Umlaufszeit r des Körpers T n mal kleiner seyn, als die Umlaufszeit R des Körpers A, folglich ist $r : R = AD : AG$. Nun ist $AC : AE = AD^2 : AG^2$ (§. 43. Z.), folglich $AC : AE = r^2 : R^2$ und $AC : AE = TS^3 : AS^3$ (p. dem.). Also $r^2 : R^2 = TS^3 : AS^3$.

Zus. 1. Wenn man daher die Umlaufszeiten zweyer Körper T, A um den dritten S kennt, mithin weiß, wie vielmal der Körper A später um ihn herumkommt, als der Körper T; so läßt sich das Verhältniß ihrer Distanzen TS, AS mit der größesten Leichtigkeit und Genäuigkeit finden. Denn man darf nur aus dem Quadrat dieser Zahl die Cubik-

wurzel ausziehen, z. B. wenn die Umlaufszeiten der Körper T, A = 1 : 12 sind; so ist $TS^3 : AS^3 = 1 : 144$, folglich $AS^3 = 144\ TS^3$, folglich $AS = TS \cdot \sqrt[3]{144} = 5,24..TS$, also $AS : TS = 5,24... : 1$.

Zus. 2. Kennt man hingegen das Verhältniß der Distanzen TS, AS, so daß man weiß, wie vielmal die eine größer ist, als die andere; so läßt sich mit eben der Leichtigkeit und Genauigkeit das Verhältniß ihrer Umlaufszeiten r, R finden. Denn hier darf man nur aus dem Cubo dieser Zahl die Quadratwurzel anziehen, z. B. wenn $TS : AS = 2 : 5,24..$ ist; so ist $r^2 : R^2 = 1 : 5,24^3.....$ folglich $R^2 = r^2 \cdot 5,24^3..$, mithin $R = r\sqrt{5,24^3}..$ also $R : r = 12 : 1$.

Anmerkung.

Da im Beweise des 26sten Lehrsatzes angenommen worden, daß die Bogen AG, TM zu ihren Bahnen einerley Verhältniß haben, dieses aber nur dann klar ist, wenn beyde Bahnen Cirkel sind, und da der Satz $AC : AE = AD^2 : AG^2$ (§. 43. Z.) gleichfals nur für Cirkel bewiesen worden, so könnte es scheinen, daß dies Grundgesetz der Bewegung bloß für Cirkelbahnen gelte, nicht aber für andere. Allein da im Beweise der Bogen TM als der unendlichvielste Theil seiner Bahn o und der Bogen AG als der unendlichvielste Theil seiner Bahn O angenommen worden; so kommen sie, zu welcher krummen Linie sie irgend gehören mögen, im strengsten Sinn mit unendlich kleinen Cirkelbogen überein, und der §. 43. Z. erwiesene Satz gilt daher für alle mögliche Bahnen überhaupt, und da ferner alle unendlichvielste Theile der Bahn o dem Theile TM, und alle unendlichvielste Theile der Bahn O dem Theile AG gleich sind, und die Menge dieser gleichen Theile, weil die Bogen AG, TM zu eben demselben Winkel ASG gehören

hören, ebenfals in beyden Bahnen gleich groß ist; so ist offenbar der Bogen AG in der Bahn O eben so vielmal enthalten, als der Bogen TM in der Bahn o. Also gilt dieses Grundgesetz ganz allgemein für alle mögliche Bahnen.

Da ferner in jeder Bahn, die kein Cirkel ist, die Distanzen vom Körper S ungleich sind; so könnte die Frage entstehen, welche von diesen Distanzen im 26sten Lehrsatz gemeynt sey. Allein da die Bahn in unendlich viele gleiche Bogen getheilt worden, von denen ein jeder als ein Cirkelbogen anzusehen ist, hiedurch also im Beweise alle Distanzen gleich gemacht worden sind; so kann in demselben nur diejenige verstanden werden, die das Mittel von allen zusammengenommen ist, und daher die mittlere genannt wird.

Lehrsatz 27.

§. 47. Wenn (Fig. 13.) zwey Körper A, T sich um einen dritten S in Cirkeln bewegen; so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten C, c umgekehrt, wie die Quadratwurzeln aus ihren Distanzen AS, TS, d. i. $C : c = \sqrt{TS} : \sqrt{AS}$.

Beweis. Denn man setze die Umlaufszeit des Körpers A = R, und die Umlaufszeit des Körpers T = r, so ist $r = \frac{o}{c}$, und $R = \frac{O}{C}$ (§. 8. Z. 4.), folglich $r : R = \frac{o}{c} : \frac{O}{C}$. Nun ist $o : O =$ TS : AS (Geom. 192. Z. 2.), folglich $r : R = \frac{TS}{c} : \frac{AS}{C}$ folglich $r : R = C \cdot TS : c \cdot AS$, mithin $r^2 : R^2 = C^2 \cdot TS^2 : c^2 \cdot AS^2$. Nun aber ist $r^2 : R^2 = TS^3 : AS^3$ (§. 46.), folglich $C^2 \cdot TS^2 : c^2 \cdot AS^2 = TS^3 : AS^3$, mithin $C^2 : c^2 = TS : AS$, also $C : c = \sqrt{TS} : \sqrt{AS}$.

Zuſ. 1. Wenn daher (Fig. 12.) die Bahn des Körpers A, der ſich um den Körper S bewegt, von der Art iſt, daß er in A von S am weiteſten entfernt iſt, nachher aber, indem er durch den Theil ADS geht, ſich dem Körper S immer mehr nähert, bis er ihm in P am nächſten iſt; ſo verhält ſich ſeine Geſchwindigkeit in A zu der in jedem andern Punkte D, wie die Quadratwurzel aus DS zur Quadratwurzel aus AS. Denn wenn man ſich den Bogen ADP in unendlich viele gleiche Theile getheilt imaginirt; ſo kommen die unendlich kleinen Bogen AM, DO mit den Cirkelbogen, die man ſich zwiſchen A, M und D, O denkt, vollkommen überein, alſo iſt es eben ſo viel, als ob der Körper in A ſich bis M in einem Cirkel bewegte, deſſen Halbmeſſer = AS iſt, in D aber bis O in einem Cirkel, deſſen Halbmeſſer = DS iſt.

Zuſ. 2. Alſo verhält ſich die Geſchwindigkeit im Punkte P, wo der Körper A dem Körper S am nächſten iſt, zur Geſchwindigkeit in A, wo er von S am weiteſten weg iſt, wie die Quadratwurzel aus der größeſten Weite AS zur Quadratwurzel aus der kleinſten Weite PS. (Z. 1.) z. B. wenn AS 4 mal ſo groß iſt, als PS; ſo iſt ſeine Geſchwindigkeit in P 2 mal größer, als in A.

Zuſ. 3. Da (Fig. 11.) die Geſchwindigkeit des Körpers A mit dem unendlich kleinen Bogen AD, den er durchläuft, dieſer aber mit der Wurfkraft AB übereinkommt; ſo gelten dieſe 3 Sätze auch von den Wurfkräften.

Lehrſatz 28.

§. 48. Wenn (Fig. 13.) zwey Körper T, A ſich um einen dritten S in Cirkeln bewegen; ſo verhalten ſich ihre Centralkräfte TN, AC d. i. ſowohl die vis centripeta als die vis centrifuga, umgekehrt, wie die Cubi ihrer Diſtanzen von S.

Beweis. Denn man ſetze, in der Zeit da der Körper T den unendlich kleinen Bogen TM durchläuft, durchlaufe der Körper A den Bogen AD; ſo würde, wenn der Körper T gleichfals in A wäre, derſelbe den Bogen AG durchlaufen, weil die Bogen AG, TM zu ihren ganzen Cirkeln einerley Verhältniß haben, folglich würde hier die Centralkraft des Körpers T = AE ſeyn. Nun ſetze man, die Umlaufszeit des Körpers T = r, und des Körpers A = R; ſo iſt $r^2 : R^2 = TS^3 : AS^3$ (§. 46.). Nun aber iſt r : R = AD : AG, folglich $r^2 : R^2 = AD^2 : AG^2$, mithin $AD^2 : AG^2 = TS^3 : AS^3$. Da nun $AD^2 : AG^2 = AC : AE$ iſt (§. 43. Z.); ſo iſt $AC : AE = TS^3 : AS^3$, mithin, da AE = TN iſt, $AC : TN = TS^3 : AS^3$, oder $TN : AC = AS^3 : TS^3$.

Zuſ. 1. Wenn daher (Fig. 14.) der Körper A in A am weiteſten von S weg iſt, nachher aber, indem er durch D nach P geht, dem Körper S immer näher kommt, bis er in P ihm am näheſten iſt; ſo verhalten ſich ſeine Centralkräfte in A zu denen in D, wie $DS^3 : AS^3$. Denn da die Bogen AM, DO, als unendlich klein angenommen werden müſſen; ſo ſind ſie als vollkommene Cirkelbogen anzuſehen, wie §. 47. Z. 1.

Zuſ. 2. Alſo verhält ſich die Centralkraft in P, wo der Körper A dem Körper S am näheſten iſt, zur Centralkraft in A, wo er von S am weiteſten weg iſt, wie $AS^3 : PS^3$ (Z. 1.) z. B., wenn AS 4mal größer iſt als PS; ſo iſt die Centralkraft in P 64mal größer, als in A.

Zuſ. 3. Da die Wurfkraft c in P ſich zur Wurfkraft C in A verhält wie $\sqrt{}AS : \sqrt{}PS$ (§. 47. Z. 2. 3.), folglich $c : C = \sqrt{}AS : \sqrt{}PS$ iſt; ſo iſt $c^2 : C^2 = AS : PS$, mithin $c^6 : C^6 = AS^3 : PS^3$. Nun verhalten ſich die Centralkräfte in P zu denen in A ebenfals wie $AS^3 : PS^3$ (Z. 2.). Alſo verhalten ſich die Centralkräfte in P zu denen in A, wie die 6te Potenz der Wurfkraft in P zur 6ten Potenz der Wurfkraft in A. Z. B. wenn AS 4mal größer als PS iſt; ſo iſt die Centralkraft in P 64mal größer als in A, die Wurfkraft in P aber 2mal größer als in A (§. 38. Z. 3.), allein 64 iſt die 6te Potenz von 2.

Anmerkung 1.

Da der Körper A, indem er durch ADP geht, ſich dem Körper S beſtändig näheret, und zwar immer ſtärker, je näher er nach P kommt; ſo frägt es ſich, warum er dieſe Annäherung nicht immer fortſetzt, ſondern vom Punkte P an ſich wieder von S immer mehr entfernt. Man erklärt dieſes gewöhnlich daher, weil in P die vis centrifuga weit ſtärker iſt, als die vis centripeta, in dem die erſte nach dem Verhältniß der Cubi, die zweyte aber nur nach dem Verhältniß der Quadrate der Diſtanzen wächſt, z. B. wenn AS 4mal ſo groß iſt, als PS, ſo iſt die vis centripeta nur 16mal größer in P, als in A, die vis centrifuga aber 64mal, alſo müſſe dieſe den Körper von P an wieder entfernen. Allein ich muß geſtehen, daß dieſe Erklärung mich nicht befriedigt. Denn

der Satz, daß die Centralkräfte sich umgekehrt wie die Cubi der Distanzen verhalten, gilt, vermöge des Beweises, eben so wohl für die vis centripeta, als vis centrifuga, und überhaupt sind diese beiden Kräfte beständig einander gleich. Denn bey der Bewegung eines Körpers A um einen andern S bedeutet die vis centrifuga diejenige Linie DB, um welche die Wurfkraft AB (Fig. 10.) allein den Körper A, während er durch den Bogen AD geht, von S entfernen würde, und welcher also die dieses verhindernde Anziehungskraft oder vis centripeta AC beständig gleich ist (§. 41.). Außerdem aber würde aus jener Erklärung folgen, daß der Körper A schon weit früher, ehe er nach P käme, anfangen müßte, sich von S zu entfernen. Denn man setze z. B. (Fig. 12.) AS = 4, DS = 2; so würde in D seine vis centrifuga = 8, seine vis centripeta aber = 4, folglich jene 2 mal so groß als diese seyn, und man würde also mit Recht fragen, warum der Körper sich nicht schon lange vorher, ehe er nach D kam, von S entfernt hätte. Wollte man sagen, dies käme daher, weil die Wurfkraft in D mit dem radius vector DS einen spitzen Winkel machte, und daher die Diagonale des Parallelogramms noch immer zwischen ihr und DS fiele; so würde man selbst gestehen, daß der Anfang des Entfernens nicht von der Größe der vis centrifuga, sondern von der Größe und Richtung der Wurfkraft abhange. Das ganze Mißverständniß besteht bloß darin, daß man den Satz: die Anziehungskräfte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Distanzen, ganz unrichtig auf das Verhältniß derjenigen Anziehungskräfte anwendet, welche zur Bewegung eines Körpers um einen andern erfordert werden. Denn das Verhältniß dieser hängt nicht bloß von den Distanzen ab, sondern hier wird die erforderliche Anziehungskraft jedesmal von der Wurfkraft bestimmt. Man setze z. B. AS sey 4 mal so groß als PS; so ist die Anziehungskraft in P an sich betrachtet, allerdings 16 mal so groß, als in A. Allein in P ist zugleich die Wurfkraft 2 mal größer, als in A (§. 38. Z. 2.), folglich ist der Bogen, den der Körper durchlaufen muß, um die erforderliche Anziehungskraft zu erhalten, in P zweymal so groß, als in A. Nun verhalten sich die Anziehungskräfte wie die Quadrate dieser unendlich kleinen Bogen (§. 43. Z.), folglich giebt der 2 mal größere Bogen in P eine 4 mal größere Anziehungs-

kraft, als der einfache geben würde, mithin ist die Anziehungskraft, die der Wurfkraft in P zugehört, nicht = 16, sondern = 4 mal 16 = 64, d. i. nicht den Quadraten sondern den Cubis der Distanzen PS, AS umgekehrt proportional. Wäre dieses nicht; so stünden auch der 28ste und 26ste Lehrsatz mit dem 20sten in wirklichem Widerspruch, indem der 28ste aus dem 26sten, und dieser aus dem 20sten hergeleitet worden.

Die wahre Ursache, woher der Körper A gerade in P anfangen muß, sich von S zu entfernen, ist, nach meiner Einsicht, vielmehr bloß diese: Wenn der Körper von A durch D nach P geht; so macht die Richtung seiner Wurfkraft mit dem Radius vector einen spitzen Winkel, und verliert also einen Theil von ihrem Bestreben, den Körper A von S zu entfernen. Kommt er in die Nähe von S, z. B. nach O; so nähert sich dieser Winkel, den die Wurfkraft mit dem radius vector macht, immer mehr dem rechten, mithin kann sie, da ohnehin zugleich ihre Größe wächst, ihre Kraft, den Körper zu entfernen, schon mit geringerm Verlust ausüben, und die continuirliche Zunahme der Annäherung nach S wird immer geringer. Kommt der Körper nach P selbst; so macht die Wurfkraft mit dem radius vector einen rechten Winkel, folglich verliert sie hier von ihrer Kraft, den Körper von S zu entfernen, gar nichts, und da sie zugleich stärker geworden, als sie in den vorigen Augenblicken war; so ist offenbar; daß dieses Entfernen hier wirklich erfolgen, mithin gerade in P anfangen muß. Rückt der Körper von P fort; so fängt der Winkel, den die Wurfkraft mit dem radius vector macht, an, stumpf zu werden, mithin, vermöge dieser Richtung, den Körper um so mehr zu entfernen, und so muß dieses fortgehen, bis er sich wieder in A am weitesten entfernt hat.

Anmerkung 2.

Diese beyden ersten Abschnitte enthalten die vollständige Grundlage der ganzen physischen Astronomie, und alle ihre Sätze werden durch die letztere aufs vollkommenste bestätigt.

Dritter Abſchnitt.

Von der Schwere der Körper.

Erklärung 21.

§. 49. Die urſprüngliche Anziehungskraft der Erde, vermöge welcher ihr Anziehungspunkt den Anziehungspunkt eines jeden Körpers anzieht, heißt die Schwerkraft der Erde, oder die Schwere der Körper (grauitas). Der Anziehungspunkt der Erde heißt ihr Schwerpunkt, und der Anziehungspunkt eines jeden andern Körpers heißt gleichfals ſein Schwerpunkt (centrum grauitatis). Die gerade Linie zwiſchen dem Schwerpunkt der Erde und dem Schwerpunkt des Körpers heißt die Directionslinie der Schwere, ingleichen die Schwerlinie, oder Schwerdurchmeſſer (diameter grauitatis) imgleichen eine Verticallinie und jede Ebene, die durch dieſen geht, eine Schwerebene (planum grauitatis), oder Verticalfläche. Jede Ebene auf der Erde, welche auf der Verticalfläche ſenkrecht iſt, heißt eine Horizontalfläche, und jede Linie, die in der Horizontalfläche liegt, heißt eine Horizontallinie. Ein Körper fällt, wenn er ſich dem Schwerpunkt der Erde nähert. Entfernt er ſich hingegen von dieſem, ſo ſteigt er. Die Größe der Linie, durch welche der Körper

fällt, oder steigt, heißt die Höhe des Falls oder Steigens.

Zus. 1. Also kann man die ganze Schwere eines jeden Körpers so ansehen, als ob sie in seinem Schwerpunkt vereinigt wäre (§. 38. Z. 1.).

Zus. 2. Wenn daher ein Körper in seinem Schwerdurchmesser unterstützt wird; so kann er nach keiner Seite fallen, und bleibt also ganz in Ruhe (Z. 1.).

Zus. 3. Was daher den Körper in seinem Schwerdurchmesser unterstützt, trägt die Schwere des ganzen Körpers (Z. 1. 2.).

Zus. 4. Da die Schwere die ursprüngliche Anziehungskraft der Erde ist; so wirkt sie auf jeden Körper unaufhörlich, er mag in Ruhe oder in Bewegung seyn (§. 20. Z. 2.).

Zus. 5. Die Wirkungen der Schwere auf zwey ungleich entfernte Körper verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernungen vom Schwerpunkte der Erde, d. i. die Geschwindigkeit, mit welcher die Schwere die Körper zu bewegen strebt, nimmt mit dem Quadrat der Entfernungen ab (§. 39.).

Zus. 6. Also wirkt die Schwere auf alle gleichweit entfernte Körper gleich stark, d. i. sie fallen alle gleichgeschwinde, von welcher Art sie irgend seyn mögen (Z. 5.).

Zus. 7. Da eine mäßige Höhe, z. B. von 1000 oder 2000 Fuß gegen die Entfernung der Oberfläche der Erde von ihrem Schwerpunkt wenig in Betrachtung kommt; so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß während der Zeit, da

ein Körper von einer mäßigen Höhe auf die Erde fällt, die Schwere beständig gleich stark auf ihn wirkt (Z. 6.).

Zuſ. 8. Alſo iſt ſowohl der freye d. i. ungehinderte Fall, als das freye Steigen bey einer mäßigen Höhe eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung (§. 35. und §. 35. Z. 1.).

Zuſ. 9. Die Geſchwindigkeiten, die ein freyfallender Körper am Ende zweyer Zeiten erlangt hat, verhalten ſich, wie die Zeiten, in denen er ſie erlangt hat (§. 35. Z. 2.).

Zuſ. 10. Wenn ein Körper frey fällt; ſo verhalten ſich die Höhen, durch welche er fällt, wie die Quadrate der Zeiten, in welchen er gefallen iſt (§. 36.), imgleichen wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten, die er am Ende des Falls durch beyde Höhen erlangt hat (§. 36. Z. 2.).

Zuſ. 11. Die Höhen, durch welche ein Körper in jeder Secunde frey fällt, nehmen nach der Ordnung der ungeraden Zahlen zu, nämlich in der zweyten Secunde 3 mal tiefer, in der dritten 5 mal tiefer ꝛc., als in der erſten (§. 36. Z. 1.).

Zuſ. 12. Die Geſchwindigkeit, die der Körper in einer gewiſſen Zeit durch den freyen Fall von einer Höhe erlangt, iſt ſo groß, daß er mit derſelben in eben der Zeit gleichförmig eine zweymal ſo große Linie durchlaufen kann (§. 36. Z. 3.).

Zuſ. 13. Wenn ein Körper einen andern in ſeinem Schwerdurchmeſſer unterſtützt, und ihn daher zu fallen hindert, ſo beſtrebt ſich der letztere den er-

stern nach eben der Richtung zurückzustoßen, d. i. der letztere muß den erstern drucken.

Anmerkung.

Alle diese Sätze werden durch die allgemeine Erfahrung aufs vollkommenste bestätigt, und sind daher zugleich die vollkommenste Bestätigung, daß die Schwere nichts anders, als die Anziehungskraft der Erde ist.

Erklärung 22.

§. 50. Der Druck, den ein schwerer Körper auf einen andern, der unter ihm liegt, nach der Richtung seines Schwerdurchmessers ausübt, heißt sein Gewicht (pondus).

Zus. 1. Da nun jede Kraft, mit welcher ein Körper den andern bewegt, oder zu bewegen strebt, dem Product aus der Masse in die Geschwindigkeit gleich ist (§. 15. Z. 11.); so verhalten sich die Gewichte zweyer Körper, wie die Producte aus ihren Massen in die Geschwindigkeiten, mit welchen die Schwere sie nach der Erde zieht. Nennt man also ihre Gewichte P, p, ihre Massen M, m, und ihre Geschwindigkeiten C, c; so ist $P : p = MC : mc$.

Zus. 2. Wenn daher die Geschwindigkeiten, mit welchen die Schwere zwey Körper nach der Erde zieht, gleich sind; so verhalten sich ihre Gewichte, wie ihre Massen (Z. 1.).

Zus. 3. Also verhalten sich die Gewichte zweyer vom Schwerpunkt der Erde gleich weit entfernter Körper, jederzeit, wie ihre Massen (§. 40. Z. 6.).

Zus. 4. Wenn daher zwey vom Schwerpunkt der Erde gleich weit entfernte Körper gleich viel

wiegen; so sind ihre Massen gleich (Z. 3.), d. i. die Menge der Materie ist in beyden einerley.

Zus. 5. Wenn ein Körper A durch irgend eine Kraft in einem andern C eine gleiche Bewegung hervorbringt, oder hervorzubringen strebt, als ein Körper B durch sein Gewicht; so ist die Größe der bewegenden Kräfte einerley (§. 15. Z. 11.) Also läßt sich die Größe einer jeden bewegenden Kraft durch ein Gewicht ausdrücken.

Zus. 6. Da sich, bey gleichen Entfernungen zweyer Körper von der Erde, ihre Gewichte, wie ihre Massen verhalten (Z. 3.), die ursprünglichen Anziehungskräfte zweyer Körper auf gleiche Entfernungen sich gleichfals wie ihre Massen verhalten (§. 20. Z. 3.); so verhalten sich die Gewichte zweyer Körper in gleichen Entfernungen von der Erde, wie ihre ursprünglichen Anziehungskräfte.

Anmerkung.

Aus dem dritten Zusatz ist nunmehr klar, daß, obgleich alle Körper ins Unendliche theilbar sind, sich dennoch das Verhältniß der Menge der Materie, die sie enthalten, durch ihr Gewicht, d. i. durch die Quantität der Bewegung, die sie durch die Schwere erhalten, genau bestimmen läßt.

Erklärung 23.

§. 51. Die Größe des Raums den ein Körper einnimmt, heißt sein Rauminhalt, oder Volumen. Das Verhältniß der Masse eines Körpers zu seinem Volumen heißt seine Dichtigkeit (densitas).

Zus. 1. Wenn daher zwey Körper ein gleiches Volumen haben; so verhalten sich ihre Dichtigkeiten, wie ihre Massen, mithin auch wie ihre Gewichte (§. 50. Z. 3.), d. i. wenn man ihre Dichtigkeiten D, d nennt; so ist, bey gleichem Volumen, D : d = M : m, ingleichen D : d = P : p.

Zus. 2. Wenn hingegen zwey Körper gleiche Massen oder Gewichte haben; so verhalten sich ihre Dichtigkeiten umgekehrt wie ihre Volumens, d. i. wenn man die Volumens V, v nennt; so ist, bey gleichen Massen oder Gewichten, D : d = v : V.

Denn wenn der Körper A ein n mal größeres Volumen hat, als der Körper B; so ist der nte Theil seines Raums eben so groß, als der ganze Raum des Körpers B, und enthält zugleich n mal weniger Materie, als der ganze Körper. Nun aber enthält A eben so viel Masse d. i. eben so viel Materie, als B (p. hyp.), folglich enthält der nte Theil des Raums im Körper A n mal weniger Materie, als der Körper B, folglich ist seine Dichtigkeit, und daher auch die Dichtigkeit des Körpers A überhaupt n mal kleiner, als die Dichtigkeit des Körpers B, mithin giebt, bey gleichen Massen ein n mal größeres Volumen eine n mal kleinere Dichtigkeit. Also verhalten sich hier die Dichtigkeiten umgekehrt, wie die Volumens (Arithmet. §. 119.).

Zus. 3. Also sind die Dichtigkeiten zweyer Körper A, B im zusammengesetzten directen Verhält-

niß ihrer Massen oder Gewichte, und dem umgekehrten Verhältnisse ihrer Volumens, d. i.

$D : d = \begin{pmatrix} M : m \\ v : V \end{pmatrix}$, imgleichen $D : d = \begin{pmatrix} P : p \\ v : V \end{pmatrix}$.

Denn man nehme einen dritten Körper C an, der mit dem ersten Körper A ein gleiches Volumen V, und mit dem zweyten B eine gleiche Masse m hat, und nenne seine Dichtigkeit δ;

so ist $D : \delta = M : m$ (Z. 1.)

und $\delta : d = v : V$ (Z. 2.)

---

also $D : d = \begin{pmatrix} M : m \\ v : V \end{pmatrix}$,

mithin auch $D : d = \begin{pmatrix} P : p \\ v : V \end{pmatrix}$.

Zus. 4. Druckt man also das Verhältniß der Gewichte und der Volumens durch Zahlen aus; so verhalten sich die Dichtigkeiten zweyer Körper, wie die Quotienten aus ihren Gewichten durch ihre Volumens, d. i. $D : d = \frac{P}{V} : \frac{p}{v}$. Denn hier ist

$D : d = Pv : pV$ (Z. 3.) $= \frac{P}{V} : \frac{p}{v}$.

Zus. 5. Wenn sich daher die Gewichte zweyer Körper, wie ihre Volumens verhalten; so sind beyde Körper gleich dicht. Denn wenn $P : p = V : v$ ist; so ist $D : d = Pp : Pp$ (Z. 3.), also $D = d$.

Zus. 6. Nimmt man den zweyten Körper zur Einheit, so daß man $d = 1$, $p = 1$, $v = 1$ setzt; so bekommt man die Dichtigkeit eines jeden andern

Körpers, wenn man sein Gewicht durch sein Volumen dividirt, d. i. $D = \frac{P}{V}$ (Z. 4.).

Zus. 7. Also bekommt man das Gewicht des Körpers, wenn man sein Volumen durch seine Dichtigkeit multiplicirt, sein Volumen hingegen, wenn man sein Gewicht durch seine Dichtigkeit dividirt, d. i. $P = DV$, und $V = \frac{P}{D}$ (Z. 6.).

Lehrsatz 29.

§. 52. Wenn die Erde eine vollkommene Kugel und überall gleich dicht ist; so liegt ihr Schwerpunkt in ihrem Centro.

Beweis. Denn wenn sie überall gleich dicht ist; so enthält sie überall eine gleiche Menge materieller Punkte. Man setze also (Fig. 15.) ein Punkt A sey über der Erde; so wird er von jedem materiellen Punkt der Erde angezogen. Man ziehe also aus A die gerade Linie AD, die durch ihr Centrum C geht; so ziehen alle Punkte B, F, C, G, D ꝛc. dieser Linie den Körper A nach dem Centro C hin. Nun nehme man in der Oberfläche der Erde ein Paar beliebige Punkte E, H an, die von A gleich weit entfernt sind; so zieht der Punkt E den Körper A nach AE, und der Punkt H nach AH, folglich beide zusammen nach der Diagonale AI des Parallelogramms AEIH, und da die Dreyecke EAH, EIH gleichschenklicht sind; so halbirt AI die Sehne EH in K, und steht auf ihr senkrecht, mithin geht AI durchs Centrum C, also ziehen auch die

Punkte E, H den Körper A nach dem Centro C. Eben dieſes gilt auch von jedem andern Paar Punkte L, M, die in der Sehne EH liegen. Denn ſie ziehen den Körper A gleichfals nach der Diagonale AI des Parallelogramms LAMI, welche die Linie LM in der Mitte K der Sehne EH halbirt, und auf ihr ſenkrecht iſt, mithin durchs Centrum C geht. Alſo ziehen alle Punkte der Sehne EH den Körper A nach dem Centro C. Nun ſtelle man ſich durch jeden Punkt des Durchmeſſers unendlich viele dergleichen Sehnen mit EH parallel vor; ſo iſt auf eben die Art klar, daß alle ihre Punkte den Körper A gleichfals nach C ziehen. Alſo ziehen alle Punkte des größeſten Kugelkreiſes den Körper A nach C, und da dieſes eben ſo von allen größeſten Kreiſen der Kugel, mithin von der ganzen Kugel gilt; ſo zieht die ganze Erde, wenn ſie eine vollkommene Kugel iſt, jeden Körper A nach ihrem Centro C. Alſo iſt dieſes ihr Anziehungspunkt (§. 38.) mithin ihr Schwerpunkt (§. 49.).

Zuſ. 1. Da nun alle Halbmeſſer der Kugel auf ihrer Oberfläche ſenkrecht ſind; ſo fallen in dieſem Falle alle ſchweren Körper auf die Oberfläche der Erde ſenkrecht.

Zuſ. 2. Iſt hingegen die Erde nicht eine vollkommene Kugel, und nicht überall gleich dicht; ſo iſt aus dem gegebenen Beweiſe von ſelbſt klar, daß ihr Schwerpunkt nicht in ihrem Centro liegen kann.

Anmerkung.

Durch die angestellten Messungen der Erde in weit von einander entfernten Gegenden hat sich gefunden, daß sie nicht eine vollkommene Kugel ist, sondern daß ihre Oberfläche unter dem Aequator von ihrem Centro weiter weg liegt, als nach den Polen hin, und ob sie überall gleich dicht sey, ist schwer zu entscheiden. Also kann ihr Schwerpunkt nicht in ihrem Centro liegen. Indessen beträgt diese Abweichung so wenig, daß man da, wo es nicht auf vollkommene Schärfe ankommt, ohne Bedenken annehmen kann, daß die Schwere die Körper nach dem Centro der Erde zieht.

Lehrsatz 30.

§. 53. Wenn ein Körper frey fällt; so bekommt man die Höhe, durch welche er in einer gegebenen Anzahl Secunden fällt, wenn man die Höhe, durch welche er in einer Secunde fällt, durch das Quadrat der gegebenen Secundenzahl multiplicirt, d. i. wenn man die Höhe, durch welche der Körper in einer Secunde fällt $= g$, und die Höhe durch welche er in t Secunden fällt, $= a$ setzt; so ist $a = gt^2$.

Beweis. Denn da sich die Höhen des Falls wie die Quadrate der Zeiten verhalten (§. 49. Z. 10.); so ist $1 : t^2 = g : a$, also $a = gt^2$.

Z. B. In Frankreich hat man gefunden, daß die Körper daselbst in einer Secunde 15,625 Rheinländische Fuß fallen, also ist hier $g = 15{,}625$ Rheinl. Fuß, mithin $a = 15{,}625 . t^2$ in Rheinl. Fußen. Gesetzt also ein Körper falle 10 Secunden; so ist die Höhe a, von welcher er gefallen ist, $= 15{,}625 \times 100 = 1562{,}5$ Rh. Fuß.

Zus.

Zus. Also bekommt man umgekehrt die Zeit, in welcher ein Körper von einer gegebenen Höhe fällt, wenn man diese Höhe durch die Höhe, die er in einer Secunde fällt, dividirt, und aus dem Quotienten die Quadratwurzel auszieht, d. i. $t = r\frac{a}{g}$. Z. B. wenn die Höhe, durch die er gefallen ist, in Rheinl. Fußen gegeben ist; so ist die Zahl der Secunden, die er dazu braucht $= r\frac{a}{15,625} = r0,064 \cdot a$. Denn da $a = gt^2$; so ist $t^2 = \frac{a}{g}$, also $t = r\frac{a}{g}$.

Lehrsatz 31.

§. 54. Die Geschwindigkeit c, die ein Körper durch den Fall von einer Höhe erlangt hat, bekommt man, wenn man aus dem Product der 4 fachen Höhe für eine Secunde in die gegebene Höhe die Quadratwurzel auszieht, d. i. $c = r4ga$, mithin wenn die Höhe in Rheinl. Fußen gegeben ist, $c = r62,5 \cdot a$

Beweis. Denn wenn der Körper in t Secunden von der Höhe a fällt; so ist $t = r\frac{a}{g}$. Nun ist am Ende des Falls seine Geschwindigkeit c so groß, daß er mit derselben in eben der Zeit einen Weg von 2a gleichförmig durchlaufen kann (§. 49. Z. 12.), folglich ist $r\frac{a}{g} : 1'' = 2a : c$, mithin

$\frac{a}{g} : 1 = 4a^2 : c^2$, mithin $c^2 = 4ga$, also $= c = \sqrt{4ga}$.

Zus. Also bekommt man die Höhe des Falls, wenn man das Quadrat der erlangten Geschwindigkeit durch die 4fache Höhe für eine Secunde dividirt, d. i. $a = \frac{c^2}{4g}$, mithin in Rheinländ. Fußen $a = \frac{c^2}{62,5} = 0,016 \cdot c^2$.

Vierter Abschnitt.

Von der Bewegung geworfener Körper.

Lehrsatz 32.

§. 55. Wenn ein Körper B (Fig. 16.) von einer Höhe vertical hinab geworfen wird; so nimmt sein Fall nach dem Quadrat der Zeit zu, und man bekommt die Höhe seines Falls, wenn man zu dem Product seiner Wurfsgeschwindigkeit in die Zeit des Falls das Product aus der Höhe des Falls in einer Secunde in das Quadrat der Zeit des Falls addirt, d. i. wenn die Wurfsgeschwindigkeit = a Fuß in jeder Secunde, und der Fall in einer Secunde = g ist; so ist sein Fall durch die Höhe BE in t Secunden $= at + gt^2$, mithin in Rheinl. Fußen $= at + 15,625 \cdot t$.

Beweis. Denn da die Wurfbewegung gleichförmig ist (§. 26); so ist die durch diese allein durchlaufene Höhe BA = at (§. 8. Z. 3.). Nun aber wirkt zugleich die Schwere auf ihn unaufhörlich, (§. 49. Z. 4.), und vermöge dieser ist die Höhe seines Falls = gt^2 (§. 53.). Da nun beyde Bewegungen nach einerley Richtung gehen; so ist die ganze Höhe des Falls durch BE = $at + gt^2$ (§. 10.), und die Höhe des Falls BA = at wächst also nach dem Quadrat der Zeit t^2.

Lehrsatz 33.

§. 56. Wenn (Fig. 16.) ein Körper E, mit der Geschwindigkeit von a Fuß in jeder Secunde, vertical in die Höhe geworfen wird; so nimmt sein Steigen nach dem Quadrat der Zeit ab, und man bekommt die Höhe EA, zu welcher er steigt, wenn man vom Product seiner Wurfsgeschwindigkeit in die Zeit seines Steigens das Produkt aus der Höhe des Falls in einer Secunde in das Quadrat dieser Zeit subtrahirt, d. i. EA = $at - gt^2$, mithin in Rheinl. Fußen EA = $at - 15{,}625 \cdot t^2$.

Beweis. Denn vermöge der Wurfkraft würde er zur Höhe EB = at steigen, die Schwere aber zieht ihn durch BA = gt^2 herunter, also steigt er nur durch EA = $at - gt^2$ (§. 11.), und die Höhe seines Steigens EB = at nimmt nach dem Quadrat der Zeit t^2 ab.

Lehrsatz 34.

§. 57. Wenn ein Körper E mit der Geschwindigkeit von a Fuß in jeder Secunde vertical in die Höhe geworfen wird; so bekommt man 1) die Zahl t der Secunden, nach welchen er seine größeste Höhe EA erreicht, wenn man seine Wurfsgeschwindigkeit durch die doppelte Höhe des Falls in einer Secunde dividirt, d. i. $t = \frac{a}{2g}$ mithin in Rheinl. Fußen $t = \frac{a}{31,25}$;

2) die Höhe EB, die er in dieser Zeit durch die bloße Wurfkraft gestiegen seyn würde, wenn man das Quadrat seiner Wurfgeschwindigkeit durch die doppelte Höhe des Falls in einer Secunde dividirt, d. i. $EB = \frac{a^2}{2g}$, mithin in Rheinl. Fußen $EB = \frac{a^2}{31,25}$.

3) Die Höhe EA, die er wirklich ersteigt, ist halb so groß, als die Höhe EB, die er durch die Wurfkraft ungehindert erstiegen hätte, d. i. $EA = \frac{a^2}{4g}$, mithin in Rheinl. Fußen $EA = \frac{a^2}{62,5}$.

Beweis Denn indem die Wurfkraft den Körper E in die Höhe treibt, zieht ihn die Schwere mittlerweile beständig hinab. Nun nimmt die Geschwindigkeit, die der Körper am Ende eines jeden Falls erlangt, im Verhältniß der Zeit zu (§. 49. Z. 9.), folglich muß sie einmal der Wurfsgeschwin-

digkeit a gleich werden, und so das Steigen aufhören. Gesetzt nun, dieses geschehe nach t Secunden, in denen die Wurfkraft den Körper E durch die Linie EB getrieben, die Schwere aber ihn durch BA zurückgezogen, so daß hier seine durchs Fallen erlangte Geschwindigkeit = a geworden, und er also in A zu steigen aufhört; so ist $BA = \frac{a^2}{4g}$ (§. 54. Z.), und $t = r\frac{BA}{g}$ (§. 53. Z.) $= r\frac{a^2}{4g^2}$, also

1) $t = \frac{a}{2g}$.

Nun ist ferner die mit der Wurfsgeschwindigkeit a in t Secunden gleichförmig durchlaufene Linie $EB = at$ (§. 8. Z. 3.) folglich 2) $EB = \frac{a^2}{2g}$.

Da nun $BA = \frac{a^2}{4g}$; so ist $BA = \frac{1}{2}EB$, folglich auch $EA = \frac{1}{2}EB = BA$, also 3) EA halb so groß als EB, d. i. $EA = \frac{a^2}{4g}$.

Lehrsatz 35.

§. 58. Die Zeit T, nach welcher ein mit der Geschwindigkeit von a Fuß in jeder Secunde vertical in die Höhe geworfener Körper E wieder in E zurückkommt, bekommt man, wenn man seine Wurfsgeschwindigkeit durch die Höhe des Falls in einer Secunde dividirt, d. i. $T = \frac{a}{g}$, mithin in Rheinl. Fußen $T = \frac{a}{15,625}$.

ser, von den beyden Wurfkräften BH, BC, deren jene vertical, und diese horizontal ist, zugleich getrieben, und so mittlerweile durch die Diagonale des rechtwinklichten Parallelogramms BHFC gestiegen wäre (§. 12. Z. 1.). Indem aber der Körper bis F gekommen, ist die verticale Kraft BH erschöpft, und kann ihn also nicht höher treiben, also hat der Körper B seine größeste Höhe in A erreicht. Die Horizontalkraft GA = BC hingegen ist unverändert geblieben, mithin muß er von A durch die Parabel AmnB wieder herunterfallen (§. 62.), und es ist von selbst klar, daß m1 = M1, n4 = N4, BC = BC u. s. w. ist, mithin die Axe AC die ganze Parabel BMAmB in zwey congruente Hälften theilt.

Zus. 1. Die größeste Höhe CA, zu welcher der unter dem schiefen Winkel B nach der Richtung BF geworfene Körper steigt, bekommt man, wenn man das Quadrat seiner Wurfsgeschwindigkeit a durch das Quadrat des Sinus von B multiplicirt, und durch das Product aus der vierfachen Höhe des Falls g in 1 Secunde in das Quadrat des Sinustotus dividirt, d. i. wenn man den Sinustotus = r setzt; so ist $CA = \frac{a^2 \cdot (\sin. B)^2}{4gr^2}$.

Denn da er während der Zeit, da ihn die Wurfkraft bis F trieb, durch FA gefallen ist; so ist seine in A erlangte Geschwindigkeit c so groß, daß er mit derselben gleichförmig durch eine Linie laufen kann, die 2 mal so groß ist, als AF (§. 49. Z. 12.) mithin durch CF (p. dem.), folglich verhält sich

die Höhe geworfen wird, er binnen eben der Zeit wieder eben so hoch steigt.

Beweis. Denn seine Geschwindigkeit ist in E so groß, daß er mit derselben in eben der Zeit t, in welcher er durch AE fiel, gleichförmig eine Linie EB durchlaufen kann, die 2 mal so groß ist, AE (§. 49. Z. 12.). Allein wenn der Körper durch den Wurf in der Zeit t vertical durch EB läuft; so fällt er in dieser Zeit durch eine Linie BA, die eben so groß ist, als AE (§. 57. n. 3.), folglich ist er in dieser Zeit von E bis A gestiegen, d. i. eben so hoch, als er in derselben gefallen war.

Erklärung 24.

§. 61. Wenn man in einer krummen Linie BAB (Fig. 17.) die Linie AC zur Axe annimmt, so nennt man alle ihre Theile z. B. A1, A4, AC ꝛc. ihre Abscissen, und wenn man durch die Theilungspunkte 1, 4, C ꝛc. die Linien 1M, 4N, CB mit einander parallel zieht; so nennt man sie die jenen Abscissen zugehörigen Ordinaten. Ist die krumme Linie von der Art, daß die Abscissen sich jedesmal wie die Quadrate ihrer Ordinaten verhalten, so heißt die krumme Linie eine Parabel, und der Punkt A heißt ihr Scheitel.

Zus. Nimmt man daher die Ordinaten 1M, 4N ꝛc. auf der Axe AC senkrecht; so sind die Ordinaten 1m, 1M, imgleichen 4n, 4N ꝛc. auf beyden Seiten der Axe einander gleich. Also theilt in diesem Falle die Axe AC die ganze Parabel BAB in zwey congruente Hälften AMB, AmB.

Lehrsatz 38.

§. 62. Wenn ein Körper in der Höhe A nach der horizontalen Richtung AG geworfen wird; so fällt er durch eine Parabel AMNB.

Beweis. Denn wenn der Körper geworfen wird; so setzt er, wenn ihn keine äußere Ursache hindert, seine Bewegung gleichförmig in derselben Richtung fort (§. 26.), folglich durchläuft er in gleichen Zeiten gleiche Linien (§. 6.). Man setze also, die Wurfkraft treibe ihn in 1 Secunde durch AD, in 2 Secunden durch AE = 2AD, in 3 Secunden durch AG = 3AD, u. s. w. Nun setze man ferner die Höhe, durch welche die Körper in einer Secunde fallen = A1; so fällt er in 2 Secunden durch eine 4mal größere A4, in 3 Secunden durch eine 9mal größere AC u. s. w. (§. 49. Z. 10.). Kommt also der Körper nach 1 Secunde von A nach D, so hat ihn mittlerweile die Schwere durch DM = A1 gezogen, und er befindet sich also in M, kommt er durch die Wurfkraft nach 2 Secunden bis E; so hat ihn die Schwere mittlerweile durch EN = A4 gezogen, und er befindet sich daher jetzt in N. Kommt er in 3 Secunden nach N; so hat die Schwere ihn mittlerweile durch GB = AC gezogen, folglich ist er jetzt in B u. s. w. mithin verhalten sich die Abscissen A1, A4, A9, wie die Höhen der Fälle, diese aber verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, mithin wie die Quadrate von AD, AE, AG ꝛc. d. i. wie die Quadrate von 1M, von 4N, von CB ꝛc. Also ist die Linie AMNB eine Parabel (§. 61.).

Lehrsatz 39.

§. 63. Wenn ein Körper B nach einer Richtung BF geworfen wird, die mit dem Horizonte BC einen schiefen Winkel macht; so beschreibt er die ganze Parabel BNAnB.

Beweis. Denn man lasse aus einem beliebigen Punkt F der Richtung BF die Linie FC auf die Horizontallinie BC senkrecht fallen, halbire sie in A, theile BF z. B. in 3 gleiche Theile BL, LO, OF, und BC gleichfals in BI, IK, KC, und setze die Höhe des Falls in 1 Secunde = A 1. Gesetzt nun, die Wurfkraft treibe den Körper B in 1 Secunde bis L; so zieht ihn die Schwere mittlerweile durch LN = A 1, und er ist also nach einer Secunde in N. Treibt jene nach 2 Secunden ihn bis O; so zieht ihn die Schwere durch OM = 4A 1, und er ist jetzt in M. Treibt jene nach 3 Secunden ihn bis F; so zieht ihn die Schwere binnen dieser Zeit durch FA = 9A 1 = AC, und er ist also nach 3 Secunden in A. Nun verhält sich die Höhe A 1 zur Höhe A 4, wie das Quadrat von 1 Secunde zum Quadrat von 2 Secunden (§. 49. Z. 1.) mithin wie das Quadrat von M 1 zum Quadrat N 4 (p. constr.), und eben so verhält sich die Höhe A 1 zur Höhe von AC wie das Quadrat von 1 Secunde zum Quadrat von 3 Secunden, mithin wie das Quadrat von M 1 zum Quadrat von BC. Also ist die Linie BNMA, durch welche der Körper binnen 3 Secunden gestiegen, = eine Parabel (§. 61.). Allein indem ihn die Wurfkraft durch BF trieb, ist es eben so viel, als ob er, statt die-

ser, von den beyden Wurfkräften BH, BC, deren jene vertical, und diese horizontal ist, zugleich getrieben, und so mittlerweile durch die Diagonale des rechtwinklichten Parallelogramms BHFC gestiegen wäre (§. 12. Z. 1.). Indem aber der Körper bis F gekommen, ist die verticale Kraft BH erschöpft, und kann ihn also nicht höher treiben, also hat der Körper B seine größeste Höhe in A erreicht. Die Horizontalkraft GA = BC hingegen ist unverändert geblieben, mithin muß er von A durch die Parabel AmnB wieder herunterfallen (§. 62.), und es ist von selbst klar, daß m1 = M1, n4 = N4, BC = BC u. s. w. ist, mithin die Axe AC die ganze Parabel BMAmB in zwey congruente Hälften theilt.

Zus. 1. Die größeste Höhe CA, zu welcher der unter dem schiefen Winkel B nach der Richtung BF geworfene Körper steigt, bekommt man, wenn man das Quadrat seiner Wurfsgeschwindigkeit a durch das Quadrat des Sinus von B multiplicirt, und durch das Product aus der vierfachen Höhe des Falls g in 1 Secunde in das Quadrat des Sinustotus dividirt, d. i. wenn man den Sinustotus = r setzt; so ist $CA = \frac{a^2 \cdot (\sin. B)^2}{4gr^2}$.

Denn da er während der Zeit, da ihn die Wurfkraft bis F trieb, durch FA gefallen ist; so ist seine in A erlangte Geschwindigkeit c so groß, daß er mit derselben gleichförmig durch eine Linie laufen kann, die 2 mal so groß ist, als AF (§. 49. Z. 12.) mithin durch CF (p. dem.), folglich verhält sich

a : c = BF : CF (§. 7. Z. 4.). Nun aber ist r : sin B = BF : CF (Trig. §. 2. Z. 6.), mithin ist r : sin. B = a : c, also $c = \frac{a \cdot \text{sin. B}}{r}$.

Nun aber ist $FA = \frac{c^2}{4g}$ (§. 54. Z.), und CA = FA (p. dem.). Also ist $CA = \frac{a^2 \cdot (\text{sin. B})^2}{4gr^2}$.

Zuſ. 2. Die Zeit t, in welcher der Körper die halbe Parabel BMA durchläuft, ist $= \frac{a \cdot \text{sin. B}}{2gr}$. Denn da er binnen der Zeit t durch FA gefallen ist; so ist $t = r\frac{FA}{g}$ (§. 53. Z.) $= \frac{a \cdot \text{sin} \cdot B}{2gr}$ (Z. 1.).

Zuſ. 3. Da nun der Körper durch die andere Hälfte AmB der Parabel in eben der Zeit wieder herabfällt; so ist die Zeit, in welcher er die ganze Parabel BMAmB durchläuft, $= \frac{a \cdot \text{sin B}}{g \cdot r}$.

Zuſ. 4. Die Breite BB der ganzen Parabel, die man die Wurf- oder Schußweite nennt, ist $= \frac{a^2 \cdot \text{sin. 2B}}{2gr}$.

Denn da sin. B : CF = cos. B : BC ist; so ist $BC = \frac{CF \cdot \text{cos. B}}{\text{sin. B}}$. Da nun $CF = 2CA = \frac{a^2 \cdot (\text{sin. B})^2}{2gr^2}$ (Z. 1.) so ist

$BC = \frac{a^2 \cdot \text{sin} \cdot B \cdot \text{cos} \cdot B.}{2gr^2}$. Nun aber ist

$\frac{2 \text{ sin.B . cos.B}}{r} = \text{sin.2B}$ (Kästners Trigon. S. 19. Z. 5.), also $BB = 2BC = \frac{a^2 \text{ . sin. 2B}}{2gr}$.

Z. B. wenn $B = 15°$ ist, so ist $\text{sin.2B} = \text{sin.30°} = \frac{1}{2}r$, also die Wurfweite $BB = \frac{a^2 t}{4g} = \frac{a^2}{62,5}$ Rheinl. Fuß, d. i. gerade so groß, als die Höhe, von welcher der Körper vertical fallen muß, um die Wurfsgeschwindigkeit a zu erlangen (§. 54. Z.)

Zus. 5. Die Wurfweite BB wird desto größer, je mehr sich der Wurfwinkel B dem Winkel von 45° nähert.

Denn um so mehr nähert sich 2B dem Winkel von 90°, und um so mehr wächst daher sin. 2B, also auch BB (Z. 4.).

Zus. 6. Also ist die Wurfweite BB die allergrößeste, wenn der Wurfwinkel $B = 45°$ ist, und zwar ist sie hier $= \frac{a^2}{2g} = \frac{a^2}{31,25}$ Rheinl. Fuß, d. i. zweymal so groß, als wenn der Körper unter einem Winkel von 15° geworfen wird.

Denn da hier $\text{sin. 2B} = r$, r aber der größeste Sinus ist; so wird hier BB am größesten, und zwar $= \frac{a^2}{2g}$ d. i. 2 mal so groß, als für den Wurfwinkel von 15° (Z. 4.) z. B. wenn die Wurfgeschwindigkeit a für jede Secunde $= 1555\frac{2}{7}$ Fuß ist; so ist die Wurfweite unter einem Winkel B von 45° = 77426 Fuß, d. i. über 3 Meilen.

Nun setze man der Körper L liege auf dieser in A so, daß GA auf AC senkrecht ist; so ist AG mit KM parallel, und da auch GI mit AK parallel ist; so ist GI = AK, folglich sucht die Schwere den Schwerpunkt G bis I zu ziehen. Man verlängere also IM, bis ME = AG wird, und beschreibe mit GE, EI das rechtwinklichte Parallelogramm GEIO; so ist es eben so viel, als ob der Schwerpunkt G binnen der Zeit durch GO, GE zugleich bewegt würde. Nun aber wird die Kraft, die ihn nach GO zu bewegen strebt, durch den Widerstand der schiefen Ebene gänzlich aufgehoben, und durch sie der Körper an letztere bloß angedrückt, die Kraft hingegen, die ihn durch GE zu bewegen strebt, wirkt ganz ungehindert, also geht der Schwerpunkt G bis E, mithin der Körper L auf der schiefen Ebene durch AM = GE; und da die Dreyecke MAK, BAC ähnlich sind; so ist AM : AK = AB : AC.

Zus. 1. Da AM kleiner als AK ist; so fällt der Körper auf der schiefen Ebene langsamer, als wenn er vertical herunter fällt.

Zus. 2. Wenn man die Höhe AK weiß, durch welche ein Körper in einer gegebenen Zeit vertical fällt; so findet man die Linie AM, durch welche er in eben der Zeit auf der schiefen Ebene AC fällt, wenn man die gegebene verticale Höhe durch die Höhe der schiefen Ebene multiplicirt, und durch ihre Länge dividirt, d. i. $AM = \frac{AK \cdot AB}{AC}$.

Z. B. Da die Körper in 4 Secunden ungefähr durch 240 Fuß vertical fallen; so fallen sie auf einer schiefen Ebene, deren Länge 12 mal größer als ihre Höhe ist, in 4 Secunden durch 20 Fuß.

Zus. 3. Weiß man umgekehrt die Linie AM, die der Körper L in einer gegebenen Zeit auf der schiefen Ebene gefallen ist; so findet man die Höhe AK, durch welche er binnen dieser Zeit vertical fällt, wenn man diese Linie durch die Länge der schiefen Ebene multiplicirt, und durch ihre Höhe dividirt, d. i. $AK = \frac{AM \cdot AC}{AB}$.

Zus. 4. Die Linie AN, die der Körper L auf der schiefen Ebene binnen der Zeit fällt, in welcher er durch ihre Höhe AB fallen würde, bekommt man, wenn man das Quadrat der Höhe durch die Länge der schiefen Ebene dividirt, d. i. $AN = \frac{AB^2}{AC}$. Denn hier wird AK = AB.

Zus. 5. Die Höhe, durch welche ein binnen einer gegebenen Zeit auf einer schiefen Ebene durch ihre ganze Länge AC gefallener Körper in eben der Zeit vertical fällt, bekommt man, wenn man das Quadrat der Länge der schiefen Ebene durch ihre Höhe dividirt, d. i. die verticale Höhe ist in diesem Fall $= \frac{AC^2}{AB}$ (Z. 3.) Denn hier wird AM = AC.

Zus. 6. Die Kraft, die den Körper L auf der schiefen Ebene AC herunterstößt, verhält sich zum Gewicht des Körpers, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge. Denn wenn die Schwere

binnen der Zeit, da der Körper auf der schiefen Ebene durch AM lief, seinen Schwerpunkt G vertical durch GI = AK herunter zu ziehen strebte; so war es bloß die mit der schiefen Ebene AC parallel wirkende Kraft, die ihn durch GE = AM auf letzterer hinunterzog (p. dem.), folglich verhält sich die Kraft, die den Körper auf der schiefen Ebene herunterstößt, zur Schwere des Körpers, die ihn vertical herunter zieht, wie AM : AK, mithin wie AB : AC. Nun aber ist die Schwere, die die gesammte Materie des Körpers vertical herunter zieht, seinem Gewicht gleich (§. 50.) Also verhält sich die Kraft, die den Körper L auf einer schiefen Ebene AC herunterzieht, zu seinem Gewicht, wie AB : AC.

Zus. 7. Wenn daher eine Kraft, die den Körper nach entgegen gesetzter Richtung CA auf der schiefen Ebene hinauf zu ziehen strebt, seinen Fall auf dieser verhindern, d. i. ihn in Ruhe erhalten soll; so muß sie der Kraft, die ihn nach AC herunterstößt, gleich seyn (§. 11. Z.), mithin sich zum Gewicht des Körpers verhalten, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge (Z. 6.).

Zus. 8. Der Druck, den die schiefe Ebene AC vom Körper L leidet, verhält sich zum Gewicht des Körpers L, wie die Grundlinie BC der schiefen Ebene zu ihrer Länge. Denn wenn die Schwere den Schwerpunkt G des Körpers durch GI = AK zu ziehen strebt; so strebt der Körper die schiefe Ebene durch GO zu drücken (p. dem.), folglich verhält sich der Druck, den die Ebene AC vom Körper L leidet,

zur Schwere des ganzen Körpers, d. i. zu seinem Gewicht, wie GO : GI, mithin wie EI : AK, folglich wie MK : AK, also wie BC : AC.

Zus. 9. Die Wege AM, AN, die ein Körper L auf der schiefen Ebene AC durchläuft, verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, in welchen dieses geschieht. Denn wenn KM, BN auf AC senkrecht sind; so verhält sich die Zeit t, in welcher er durch AM läuft, zur Zeit T, in welcher er durch AN läuft, wie die Zeit, in welcher er vertical durch AK fällt, zur Zeit, in welcher er vertical durch AB fällt (Lehrs. 40.). Nun aber verhält sich die Zeit für AK zur Zeit für AB, wie $\sqrt{AK} : \sqrt{AB}$ (§. 49. 10.), folglich ist $t : T = \sqrt{AK} : \sqrt{AB}$, mithin $AK : AB = t^2 : T^2$. Da nun KM, BN parallel sind; so ist $AK : AB = AM : AN$, also $AM : AN = t^2 : T^2$.

Zus. 10. Da also die Körper auf der schiefen Ebene nach eben dem Gesetz fallen, nach welchem ihr verticaler Fall geschieht, dieser aber gleichförmig beschleunigt ist (§. 49. Z. 8.); so ist auch der Fall der Körper auf der schiefen Ebene eine gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Zus. 11. Also verhalten sich auch die Geschwindigkeiten, die der Körper auf der schiefen Ebene am Ende zweyer Zeiten hat, wie die Zeiten, in welchen er sie erlangt hat (§. 35. Z. 2.).

Zus. 12. Also verhalten sich auch die Wege AM, AN, die der Körper L auf der schiefen Ebene durchläuft, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, die er in M und N hat (Zus. 9. 11.).

binnen der Zeit, da der Körper auf der schiefen Ebene durch AM lief, seinen Schwerpunkt G verticàl durch GI = AK herunter zu ziehen strebte; so war es bloß die mit der schiefen Ebene AC parallel wirkende Kraft, die ihn durch GE = AM auf letzterer hinunterzog (p. dem.), folglich verhält sich die Kraft, die den Körper auf der schiefen Ebene herunterstößt, zur Schwere des Körpers, die ihn vertical herunter zieht, wie AM : AK, mithin wie AB : AC. Nun aber ist die Schwere, die die gesammte Materie des Körpers vertical herunter zieht, seinem Gewicht gleich (§. 50.). Also verhält sich die Kraft, die den Körper L auf einer schiefen Ebene AC herunterzieht, zu seinem Gewicht, wie AB : AC.

Zus. 7. Wenn daher eine Kraft, die den Körper nach entgegen gesetzter Richtung CA auf der schiefen Ebene hinauf zu ziehen strebt, seinen Fall auf dieser verhindern, d. i. ihn in Ruhe erhalten soll; so muß sie der Kraft, die ihn nach AC herunterstößt, gleich seyn (§. 11. Z.), mithin sich zum Gewicht des Körpers verhalten, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge (Z. 6.).

Zus. 8. Der Druck, den die schiefe Ebene AC vom Körper L leidet, verhält sich zum Gewicht des Körpers L, wie die Grundlinie BC der schiefen Ebene zu ihrer Länge. Denn wenn die Schwere den Schwerpunkt G des Körpers durch GI = AK zu ziehen strebt; so strebt der Körper die schiefe Ebene durch GO zu drücken (p. dem.), folglich verhält sich der Druck, den die Ebene AC vom Körper L leidet,

hat er seine Höhe um die verticale Linie AI vermindert, mithin ist sein verticaler Fall = AI. Also bekommt man seine Geschwindigkeit, die er durch den Fall auf der schiefen Ebene AE in E erlangt hat, wenn man aus dem Product der 4fachen Höhe g, durch welche die Körper in 1 Secunde fallen, in die Linie AI die Quadratwurzel auszieht, d. i. die Geschwindigkeit in E ist = $\sqrt{4g}$. AI, mithin in Rheinl. Fußen = $\sqrt{(62,5 . AI)}$ = 7,9 . $\sqrt{AI}$ (§. 54.).

Zus. 17. Also verhalten sich die Geschwindigkeiten, die der Körper durch den Fall auf den Sehnen AE, AC erlangt hat, wie die Quadratwurzeln der Höhen AI, AK. Denn sie verhalten sich, wie 7,9 . $\sqrt{AI}$: 7,9 . $\sqrt{AK}$ (Z. 16.), also wie $\sqrt{AI}$: $\sqrt{AK}$.

Zus. 18. Wenn ein Körper durch eine krumme Linie AMN (Fig. 21.) fällt; so ist die verticale Höhe, durch die er gefallen ist, die Linie AK, also ist die Geschwindigkeit, die er in N durch den Fall erlangt hat, = $\sqrt{4g}$. AK = 7,9 . $\sqrt{AK}$.

Anmerkung 1.

Die Zeiten aber, in welchen ein Körper für dieselbe Höhe AK durch zwey krumme Linien fällt, sind nicht gleich, sondern diese sind nach der Figur des Weges verschieden. Hier könnte man denken, der Körper würde auf der geraden Linie AN, als dem kürzesten Wege von A nach N; am frühesten in N anlangen, aber dieses ist unrichtig. Vielmehr kommt er in einem Bogen AMN früher an, und am allerfrühesten, wenn AMN ein Bogen einer Cycloide oder Radlinie ist, die ein Punkt der Peripherie eines Rades beschreibt, das auf einer Ebene fortrollt. Diese Radlinie hat zugleich die Eigen-

schaft, daß der Körper in derselben Zeit in N anlangt, er mag vom obersten Punkt A an, oder von irgend einem niedrigern M auf ihr herablaufen. Uebrigens ist merkwürdig, daß, wenn auch (Fig. 20.) die Sehne DB unendlich klein angenommen wird, dennoch die Zeit, in welcher der Körper auf ihr herabfällt, von endlicher Größe ist, nämlich eben so groß als diejenige, in welcher er vertical durch den Durchmesser AB fällt (Z. 14. 15.).

Anmerkung 2.

In der Theorie vom Fall der Körper auf einer schiefen Ebene wird gleichfals vorausgesetzt, daß derselbe frey geschieht, und daher weder durch den Widerstand der Luft noch durch die Reibung des Körpers auf der Ebene gehindert wird. Da der Fall auf der schiefen Ebene langsamer ist, als wenn der Körper von einer Höhe vertical fällt; so ist bey jenem der Widerstand der Luft weniger beträchtlich, als bey diesem. Sucht man also zugleich so viel möglich auch die Reibung zu verhüten; so läßt sich die Geschwindigkeit des Falls von einer verticalen Höhe, nach Z. 3., weit genauer ausmitteln, wenn man den Körper auf einer schiefen Ebene herunter laufen, als wenn man ihn vertical fallen läßt. Auf diese Art untersuchte Galiläus den Fall der Körper, indem er eine sehr polirte metallene Kugel auf einer mit Pergament überzogenen schiefen Ebene herabrollen ließ. Am genauesten aber läßt sich die Geschwindigkeit des Falls, wie wir bald sehen werden, durch die Schwingungen eines Pendels ausmitteln.

Sechster Abschnitt.

Von den Schwingungen der Pendeln.

Erklärung 26.

§. 66. Eine um einen festen Punkt C (Fig. 22.) bewegliche steife gerade Linie CA z. B. ein Faden, oder eine Stange, die unten in A mit einem Gewicht beschwert ist, heißt ein Pendel (pendulum). Kommt das Gewicht der Linie CA selbst in keine Betrachtung; so heißt es ein einfaches Pendel, im entgegengesetzten Fall aber ein zusammengesetztes.

Zus. 1. Wenn ein Pendel CA vertical herunter hängt; so ist das Gewicht A in seinem Schwerdurchmesser vom festen Punkt C unterstützt, und hängt also in Ruhe (§. 49. Z. 2.).

Zus. 2. Wenn man hingegen das Pendel in eine schiefe Lage CB bringt; so fällt es, bis es in A in die verticale Lage CA kommt, durch den Bogen BA, steigt aber in derselben Zeit durch den gleichen Bogen hinauf, und geht alsdann wieder durch den Bogen DAB zurück u. s. w.

Denn zieht man die Horizontallinie BD und die Sehne BA; so liegt das Gewicht A in B auf der schiefen Ebene BA, und muß daher, wenn es durch nichts gehindert wird, auf ihr bis A herabfallen

schaft, daß der Körper in derselben Zeit in N anlangt, er mag vom obersten Punkt A an, oder von irgend einem niedrigern M auf ihr herablaufen. Uebrigens ist merkwürdig, daß, wenn auch (Fig. 20.) die Sehne DB unendlich klein angenommen wird, dennoch die Zeit, in welcher der Körper auf ihr herabfällt, von endlicher Größe ist, nämlich eben so groß als diejenige, in welcher er vertical durch den Durchmesser AB fällt (Z. 14. 15.).

Anmerkung 2.

In der Theorie vom Fall der Körper auf einer schiefen Ebene wird gleichfals vorausgesetzt, daß derselbe frey geschieht, und daher weder durch den Widerstand der Luft noch durch die Reibung des Körpers auf der Ebene gehindert wird. Da der Fall auf der schiefen Ebene langsamer ist, als wenn der Körper von einer Höhe vertical fällt; so ist bey jenem der Widerstand der Luft weniger beträchtlich, als bey diesem. Sucht man also zugleich so viel möglich auch die Reibung zu verhüten; so läßt sich die Geschwindigkeit des Falls von einer verticalen Höhe, nach Z. 3., weit genauer ausmitteln, wenn man den Körper auf einer schiefen Ebene herunter laufen, als wenn man ihn vertical fallen läßt. Auf diese Art untersuchte Galiläus den Fall der Körper, indem er eine sehr polirte metallene Kugel auf einer mit Pergament überzogenen schiefen Ebene herabrollen ließ. Am genauesten aber läßt sich die Geschwindigkeit des Falls, wie wir bald sehen werden, durch die Schwingungen eines Pendels ausmitteln.

Sechster Abschnitt.

Von den Schwingungen der Pendeln.

Erklärung 26.

§. 66. Eine um einen festen Punkt C (Fig. 22.) bewegliche steife gerade Linie CA z. B. ein Faden, oder eine Stange, die unten in A mit einem Gewicht beschwert ist, heißt ein Pendel (pendulum). Kommt das Gewicht der Linie CA selbst in keine Betrachtung; so heißt es ein einfaches Pendel, im entgegengesetzten Fall aber ein zusammengesetztes.

Zus. 1. Wenn ein Pendel CA vertical herunter hängt; so ist das Gewicht A in seinem Schwerdurchmesser vom festen Punkt C unterstützt, und hängt also in Ruhe (§. 49. Z. 2.).

Zus. 2. Wenn man hingegen das Pendel in eine schiefe Lage CB bringt; so fällt es, bis es in A in die verticale Lage CA kommt, durch den Bogen BA, steigt aber in derselben Zeit durch den gleichen Bogen hinauf, und geht alsdann wieder durch den Bogen DAB zurück u. s. w.

Denn zieht man die Horizontallinie BD und die Sehne BA; so liegt das Gewicht A in B auf der schiefen Ebene BA, und muß daher, wenn es durch nichts gehindert wird, auf ihr bis A herabfallen

man den Fall durch NL auf; so wird MK = o, folglich ME = KE = $\frac{1}{\infty}$. 2r, mithin

$t = \frac{\frac{1}{\infty} \cdot \pi r}{k \cdot r^{\frac{1}{\infty}} \cdot r_{2r}}$ Nun ist $\frac{1}{\infty} = 1 \cdot o$, folglich $r \cdot \frac{1}{\infty} = r_{1 \cdot o} = 1 \cdot o$, mithin $\frac{1}{\infty} : r^{\frac{1}{\infty}} = \frac{1 \cdot o}{1 \cdot o} = 1$, also $t = \frac{\pi r}{k \cdot r_{2r}}$. Da nun $k = r_{4g}$ (p. hyp.) $= 2r_g$, und $\frac{1}{2}r = \frac{1}{2}$ CA $= a$ (p. hyp.), folglich $r = 2a$, und $r_{2r} = r_{4a} = 2r_a$; so ist $t = \frac{2\pi a}{2r_g \cdot 2r_a} = \frac{\pi}{2} \cdot r^{\frac{a}{g}}$. Man mache also FA = KE; so ist für den Fall des Pendels durch GA die Zeit $t = \frac{\pi}{2} \cdot r^{\frac{a}{g}}$. Nun aber steigt es durch den Bogen AD in gleicher Zeit (§. 66. Z. 2.), folglich ist T = 2t, also ist für den ganzen Pendelschlag durch den unendlich kleinen Bogen GAD die Zeit $T = \pi \cdot r^{\frac{a}{g}}$.

Zus. 1. Die Zeit eines Pendelschlages durch einen unendlich kleinen Kreisbogen verhält sich zur Zeit des verticalen Falls durch die halbe Pendellänge, wie die Peripherie des Kreises zum Durchmesser, d. i. wie $\pi : 1$.

Denn da $T = \pi \cdot r^{\frac{a}{g}}$; so ist $T : r^{\frac{a}{g}} = \pi : 1$,

die halbe Pendellänge durch die Höhe des Falls in einer Secunde dividirt, und die Quadratwurzel des Quotienten durch die Zahl π, welche das Verhältniß der Peripherie des Kreises zum Durchmesser anzeigt, multiplicirt, d. i. wenn man die halbe Pendellänge $\frac{1}{2}$ CA $= a$, die Höhe des verticalen Falls in 1 Secunde $= g$, und die Zeit eines ganzen Pendelschlages $= T$ setzt; so ist $T = \pi : \sqrt{\frac{a}{g}}$.

Beweis. Denn man setze die Pendellänge oder den Halbmesser CA $= r$. Nun sey das Pendel durch den Bogen NL gefallen; so ist es vertical durch MK gefallen, folglich ist in L seine Geschwindigkeit $c = \sqrt{4g} . \sqrt{MK}$ (§. 54.). Setzt man also der Kürze wegen $\sqrt{4g} = k$; so ist in L seine Geschwindigkeit $c = k . \sqrt{MK}$. Nun setze man $KE = \frac{1}{\infty} AB = \frac{1}{\infty} \cdot 2r$; so ist der Bogen $LH = \frac{1}{\infty} BNA = \frac{1}{\infty} \pi r$. Man nehme also an, das Pendel setze in L seine Bewegung durch den unendlich kleinen Bogen LH fort; so ist seine Bewegung durch LH gleichförmig, folglich bekommt man ihre Zeit t, wenn man den Raum durch die Geschwindigkeit dividirt (§. 8. Z. 2.), mithin ist $t = \frac{LH}{k . \sqrt{MK}}$, und da MK $=$ ME ist; so ist $t = \frac{LH}{k . \sqrt{ME}}$, also $t = \frac{\frac{1}{\infty} \pi r.}{k . \sqrt{ME}}$. Nun hebe

Zuſ. 4. Für den verticalen Fall der Körper in einer Secunde iſt die Höhe $g = \frac{\pi^2 a}{T^2}$. Denn da $a = \frac{gT^2}{\pi^2}$ (Z. 2.), ſo iſt $g = \frac{\pi^2 a}{T^2}$.

Weiß man daher die Zeit eines Pendelſchlages und die Länge des Pendels; ſo kann man hieraus die Höhe des verticalen Falls in einer Secunde finden, und zwar genauer, als durch irgend eine andere Methode. Denn da die Bewegung eines langen Pendels ſehr langſam iſt; ſo kommt hier der Widerſtand der Luft faſt gar nicht in Betrachtung, und es iſt alſo faſt eben ſo viel, als ob es im luftleeren Raum fiele.

Zuſ. 5. Alſo bekommt man vermittelſt eines Secundenpendels die Höhe des verticalen Falls in einer Secunde, wenn man ſeine halbe Länge durch π^2 multiplicirt.

Denn da hier $T = 1$ iſt; ſo iſt $g = \pi^2 a = 9{,}86965 \ldots a$. Z. B. beträgt die Länge des Secundenpendels 3, 16625... Rheinl. Fuß, folglich die halbe Länge 1, 58312...; ſo iſt
$g = 9{,}86965 \ldots \times 1{,}58312 - \ldots = 15{,}625$ Rhl. Fuß.

Zuſ. 6. Wenn daher die Länge des Secundenpendels an einem Orte kürzer iſt, als am andern; ſo iſt die Höhe des verticalen Falls in einer Secunde am erſtern Ort kleiner, als am letztern, alſo die Wirkung der Schwere an jenem geringer als an dieſem. Denn je kleiner a iſt, deſto kleiner iſt g (Z. 5.).

Zuſ. 7. Bey gleichen Wirkungen der Schwere verhalten ſich die Pendellängen, wie die Quadrate der Zeiten eines Pendelſchlages. Z. B. ſoll ein Pendelſchlag 2 Secunden währen; ſo muß das Pendel 4 mal länger ſeyn, als ein Secundenpendel, mithin 12,665 Rheinl. Fuß lang ſeyn.

Denn da $a = \frac{gT^2}{\pi^2}$ (Z. 2.); ſo wird, wenn g beſtändig gleich groß bleibt, a ſo vielmal größer, um ſo vielmal größer T^2 wird.

Zuſ. 8. Alſo verhalten ſich gegentheils bey gleicher Wirkung der Schwere, die Zeiten eines Pendelſchlages, wie die Quadratwurzeln der Pendellängen, z. B. ein 4mal längeres Pendel verrichtet ſeinen Schlag 2 mal langſamer (Z. 7.).

Zuſ. 9. Die Zeit des Falls durch einen unendlich kleinen Bogen verhält ſich zur Zeit des Falls durch ſeine Sehne, wie $\pi : 4$, oder wie $0,78539816\ldots : 1$, d. i. wie die Kreisfläche zum Quadrat des Durchmeſſers, oder wie die Peripherie zum Perimeter des um den Kreis beſchriebenen Quadrats.

Denn die Zeit des Falls durch den Bogen GA iſt $= \frac{\pi}{2} \cdot r\frac{a}{g}$, die Zeit des Falls durch die Sehne aber $= r\frac{4a}{g}$ (§. 65. Z. 14. und §. 53. Z.) folglich verhält ſich die Zeit für den Bogen zur Zeit für die Sehne, wie $\frac{\pi}{2} \cdot r\frac{a}{g} : r\frac{4a}{g}$, folglich wie $\frac{\pi}{2} : 2$, alſo, wie $\pi : 4$.

Also fällt ein Körper durch den Bogen weit geschwinder, als durch seine Sehne.

Zus. 10. Die verticale Höhe, durch welche ein Körper binnen der Zeit eines halben Pendelschlages fällt, ist = 1,2337...r, d. i. beynahe $\frac{5}{4}$ der Pendellänge, und verhält sich daher zum 8ten Theil der Pendellänge, wie das Quadrat der Peripherie des Kreises zum Quadrate des Durchmessers, d. i. wie 9,86965...: 1.

Denn da die Zeit, in welcher das Pendel durch den Bogen GA fällt $= \frac{\pi}{2} r \cdot \frac{a}{g}$ ist; so ist die Höhe, durch welche ein Körper in derselben Zeit vertical fällt $= g \cdot \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{a}{g}$ (Z. 4.) $= \frac{\pi^2}{4} \cdot a = \frac{\pi^2}{8} \cdot r = \frac{9,86965...}{8} \cdot r = 1,23370..r$ d. i. beynahe $\frac{5}{4} \cdot r$, und sie verhält sich also zu $\frac{1}{8}$ r, wie $\pi^2 : 1$.

Zus. 11. Man setze, (Fig. 24.) an einem Pendel CA hinge, außer dem Gewicht A, noch ein anderes K; so stellt dasselbe ein zwiefaches, mithin zusammengesetztes Pendel vor. Das kürzere CK will seinen Schlag in kürzerer Zeit verrichten, als das längere CA (Z. 8.), und beschleunigt daher den Fall des letztern, wird aber dagegen von diesem wieder aufgehalten. Soll also die Schwingung möglich seyn; so muß es zwischen K und A einen Punkt P geben, der seine natürliche Schwungbewegung behält. Diesen Punkt nennt man den Mittelpunkt der Schwingung (centrum oscillationis).

Zuſ. 12. Wenn daher das zuſammengeſetzte Pendel CA außer dem Gewicht A, ſchon an ſich von beträchtlichem Gewicht iſt; ſo iſt es als ein einfaches Pendel anzuſehen, in deſſen Schwerpunkt ein Gewicht K befindlich iſt, das dem Gewicht der Pendelſtange gleich iſt, und der Mittelpunkt der Schwingung P liegt alſo im gemeinſchaftlichen Schwerpunkt der Gewichte K und A.

Anmerkung.

Den Mittelpunkt der Schwingung allgemein zu finden, lehrt die höhere Mechanik. An einer ſchweren überall gleich dicken Stange von einerley Materie iſt derſelbe um $\frac{2}{3}$ der Pendellänge CA vom Aufhängepunkt C entfernt, d. i. $CP = \frac{2}{3} CA$. Schlägt man mit der Stange auf einen Körper dergeſtalt, daß gerade dieſer Punkt auf ihn trift; ſo übt man die gröſſeſte Gewalt auf den Körper aus. Trift aber ein anderer Punkt der Stange den Körper; ſo fühlt man in der Hand eine unangenehme Prellung. Bey einem zuſammengeſetzten Pendel, deſſen Gewicht in merkliche Betrachtung kommt, muß man alſo die Linie CP für die Länge des Pendels annehmen. Uebrigens iſt zu merken, daß, obgleich die angegebene Zeit eines Pendelſchlages in vollkommener Schärfe nur für einen unendlich kleinen Bogen GAD (Fig. 23.) richtig iſt, ſie doch beynahe dieſelbe bleibt, wenn auch der Bogen von endlicher Größe, aber ſehr klein und nicht über 15° iſt.

Siebenter Abschnitt.

Von der Wahrnehmung der Bewegung.

Lehrsatz 42.

§. 69. Wenn wir einen Körper in geradlinigter Bewegung wahrnehmen; so ist es an sich, d. i. ohne anderweitige Gründe unbestimmt, ob er sich in der That bewege, oder ob er nicht ruhe, und hingegen der relative Raum, auf welchen wir seine Bewegung beziehen, ihm nach entgegengesetzter Richtung sich nähere, oder ob sich nicht sowohl der Körper als der relative Raum zugleich gegen einander bewegen. Ja, wenn auch der Körper sich in der That bewegt; so ist es an sich noch unbestimmt, ob seine Bewegung wirklich geradlinigt, und nicht vielmehr eine krummlinigte sey. Wir können also mit Sicherheit objectiv nichts weiter schließen, als daß die geradlinigte Bewegung des Körpers möglich sey.

Beweis. Denn die Wahrnehmung ist in diesem Fall immer dieselbe, man mag den Körper als bewegt, und den relativen Raum als ruhend, oder man mag den Körper als ruhend, und dagegen den relativen Raum mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzter Richtung bewegt annehmen (§. 9. Z. 3.). Z. B. wenn wir uns in der Cajüte eines schnell nach Osten segelnden Schiffes befinden, ohne

aber seine Bewegung zu bemerken, und wir sehen nach Westen hin ein Schiff, das vor Anker liegt; so kommt es uns vor, daß dasselbe sich nach Westen bewege. Wollten wir bloß hieraus schließen, es bewege sich wirklich so; so würde unser Urtheil sehr voreilig, mithin eine Illusion oder Täuschung seyn. Eben so ist es auch für unsere Wahrnehmung an sich einerley, ob sich bloß der Körper, oder bloß der relative Raum in entgegengesetzter Richtung, oder beyde zugleich gegen einander bewegen (§. 11.), z. B. wenn es uns in der Weite vorkommt, daß zwey Menschen einander immer näher kommen; so bleibt es an sich unbestimmt, ob bloß einer von ihnen, oder ob sie sich beyde zugleich bewegen. Gesetzt endlich, ein entfernter Körper bewegt sich wirklich in einer krummen Linie, die verlängerte Fläche derselben aber geht durch unser Auge; so erscheint uns seine Bewegung doch geradlinigt.

Lehrsatz 43.

§. 70. Wenn nach unserer Wahrnehmung ein Körper sich durch eine krumme Linie bewegt, die ganz außerhalb uns liegt; so ist seine krummlinigte Bewegung wirklich. Z. B. wenn wir einen entfernten Reiter in einem Kreise herum reiten sehen; so ist diese Kreisbewegung wirklich.

Beweis. Denn wenn wir unsere Lage gegen ihn nicht ändern; so erscheint er einmal uns gerade gegenüber, nachher zu unserer Linken, und zwar immer weiter, dann wieder rückwärts immer näher zur Linken, bis wir ihn wieder uns gerade gegen über

erblicken, nunmehr aber erscheint er uns zur Rechten, erst immer weiter, dann aber wieder näher zur Rechten, bis wir ihn endlich wieder an seiner ersten Stelle sehen. Also sind wir uns bewust, daß die Wahrnehmung seiner Bewegung nicht von unserer veränderten Lage gegen ihn herrühre, so daß er in Ruhe bleiben könnte, wir aber etwa nach eben der Richtung uns unbemerkt um ihn bewegt hätten. Aber eben daher kann sie auch nicht davon herrühren, weil etwa der relative Raum außer uns, der den Körper umgiebt, sich nach derselben Richtung und mit gleicher Geschwindigkeit um ihn bewegte. Denn gesetzt auch, letzteres geschähe wirklich; so würden wir zwar die Körper in diesem relativen Raum uns bald gegen über, bald zu unserer Linken, bald zu unserer Rechten erblicken, und daher ihre krummlinigte Bewegung wahrnehmen, aber wenn der angenommene Körper dabey in Ruhe bliebe; so würde dieser selbst hiebey auf keine Weise zugleich mit, bald uns gegenüber, bald zu unserer Linken ꝛc. erscheinen, sondern er würde von uns als ruhend wirklich wahrgenommen werden. Also geht die Veränderung des relativen Raums die Wahrnehmung der krummlinigten Bewegung des Körpers so wenig an, daß, wenn auch der ganze den Körper umgebende Raum leer, oder durch lauter solche Materien, die für uns nicht wahrnehmbar, oder wenigstens nicht unterscheidbar sind, bezeichnet wäre, wir die krummlinigte Bewegung des Körpers doch auf dieselbe Art wahrnehmen würden. Da also bey der Wahrnehmung der krummlinigten Bewegung eines Körpers, die

ganz außer uns geschieht, keine andere ihr gleichgeltende statt findet; so muß diese Bewegung eine wahre durch beständige Wurf- und Anziehungskräfte bewirkte, d. i. wirklich seyn.

Zus. 1. Also ist auch jede Axendrehung, die wir an einem einzelnen Körper, z. B. an einem Kräusel, wahrnehmen, wirklich. Z. B. wenn wir auf der Oberfläche eines runden Himmelskörpers einen Flecken gleichförmig fortrücken sehen; so ist seine Bewegung, mithin auch die Axendrehung dieses Weltkörpers wirklich.

Zus. 2. Wenn wir hingegen einen entfernten Weltkörper in einer krummen Linie um uns und um die Erde laufen sehen; so ist entweder die Bewegung des Weltkörpers um die Erde, oder die Bewegung der Erde um ihn nach derselben Richtung wirklich, welche von beyden aber die wirkliche sey, ist an sich unbestimmt. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß die Wahrnehmung einerley ist, man mag die Bewegung des Weltkörpers, oder die Bewegung der Erde um ihn als die wirkliche annehmen. So ist es z. B. an sich ganz unbestimmt, ob die Sonne sich jährlich von Westen nach Osten um die Erde, oder die Erde sich in eben der Zeit und nach eben der Richtung mit uns um die Sonne bewege, imgleichen ob der Mond um die Erde, oder die Erde um den Mond laufe.

Zus. 3. Eben so, wenn wir sehen, daß der ganze relative Raum mit allen darin befindlichen Weltkörpern sich täglich von Osten nach Westen um uns herumdrehe, ist es an sich ganz unbestimmt,

ob dieſe Axendrehung des relativen Raums, oder die Achſendrehung der Erde nach der entgegengeſetzten Richtung die wirkliche ſey, indem in beyden Fällen die Wahrnehmung ganz dieſelbe iſt.

Lehrſatz 44.

§. 71. Wenn wir einen Weltkörper A um einen andern B laufen ſehen, ohne daß ſeine Bahn in den folgenden Umläufen merklich verengt wird, ſo muß nothwendig derjenige der bewegte ſeyn, der eine kleinere Anziehungskraft beſitzt.

Beweis. Denn man ſetze, beyde hätten eine gleiche Anziehungskraft, der eine aber wäre durch irgend eine Wurfkraft in Bewegung geſetzt; ſo würde er um denſelben zu laufen ſtreben. Da aber beyde eine gleiche Anziehungskraft beſitzen; ſo müſſen ſich beyde einander unaufhörlich nähern, folglich die vis centripeta in der Bahn des Bewegten unaufhörlich zunehmen, und daher letztere immer enger werden, mithin müßte dieſer endlich auf den andern fallen, und ſo die Bewegung aufhören, alſo kann die Anziehungskraft beyder nicht gleich groß ſeyn. Noch weniger aber kann die Anziehungskraft des Bewegten größer ſeyn, als des andern, denn ſonſt müßte der letztere endlich auf den erſtern fallen. Alſo muß die Anziehungskraft des Bewegten nothwendig kleiner ſeyn.

Z. B. Sollte die Sonne ſich wirklich in einem Jahr um die Erde bewegen; ſo müßte, da ihre Bahn ſich äußerſt wenig ändert, ſie eine kleinere Anziehungskraft beſitzen, als dieſe. Läßt ſich

daher das Gegentheil von letzterm beweisen; so ist es apodiktisch gewiß, daß die Sonne sich nicht um die Erde bewegen kann, sondern diese sich schlechterdings um die Sonne bewegen muß.

Zus. Wenn daher innerhalb der Bahn eines Weltkörpers mehrere andere befindlich sind; so muß unter diesen nothwendig derjenige der Centralkörper seyn, auf den sich sein Umlauf eigentlich bezieht, dessen Anziehungskraft vor allen übrigen die stärkste und wirksamste ist. Z. B. innerhalb der Bahn der sogenannten obern Planeten liegen unter andern die Erde, der Mond und die Sonne. Ist daher die Wirkung der Anziehungskraft der Sonne auf jene Planeten größer, als der übrigen innerhalb ihrer Bahn befindlichen; so ist bloß die Sonne der eigentliche Centralkörper, auf welchen sich ihre Bahnen beziehen.

Anmerkung.

Dieser letzte Abschnitt, der eigentlich die Anfangsgründe der Phänomenologie enthält, bestimmt endlich die Lehre von der Bewegung in Ansehung ihrer Modalität, nach allen drey Kategorien derselben, nämlich der Möglichkeit, Wirklichkeit und Nothwendigkeit. Eine Anmerkung, die zwar den Mechaniker nicht als Mechaniker, aber doch so fern interessirt, so fern er über diese Wissenschaft philosophiren will.

Tab. I.

Fig. 1.

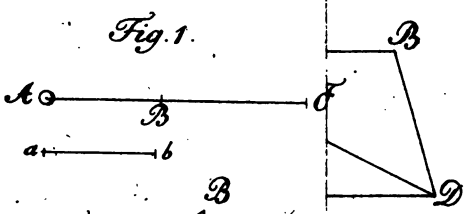


Fig. 4.

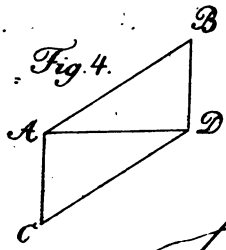
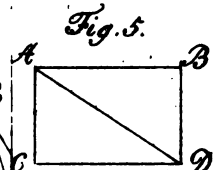


Fig. 5.



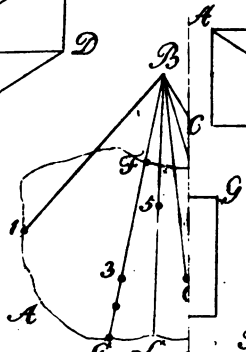
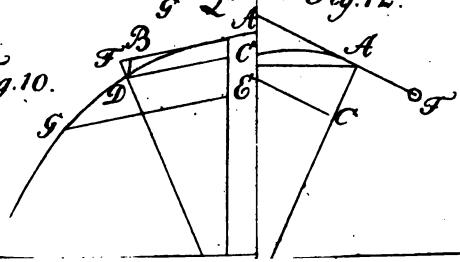


Fig. 12.

Fig. 10.



Tab. II.

Fig. 17.

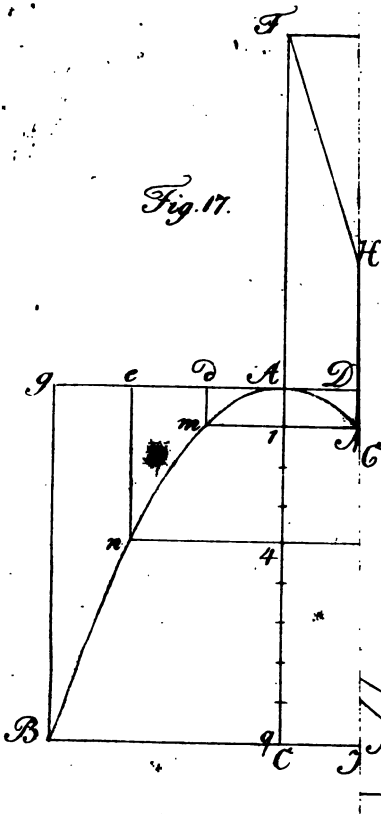


Fig. 21.

Fig. 22.

B

CR